

# Proposta de um método para geração automática de regras *fuzzy* baseado na teoria dos *rough sets*

Jean Carlo de S. Santos, Denise Guliato \*

Universidade Federal de Uberlândia, Faculdade de Computação,  
Av. João Naves de Ávila, 2121, Bloco B  
38.400-902, Minas Gerais, Brazil  
Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia - Medicina Assistida por Computação  
Científica (INCT - MACC)  
jeancar1o@1cc.ufu.br  
guliato@ufu.br

**Abstract.** This paper presents a new method to automatically generate fuzzy rules based on rough sets and fuzzy sets. The derived rules are concise with respect to the number of antecedent terms and present high coverage rate. The classifier system based on these fuzzy rules was tailored to discriminate between evidence and ignorance in the classification process. The classifier was tested with two public databases provided by University of Wisconsin: the Wisconsin Diagnosis Breast Cancer (WDBC) and the Wisconsin Prognostic Breast Cancer (WPBC). The classification accuracies obtained for WDBC and WPBC were 98,03% and 93,90%, respectively.

## 1 Introdução

### 1.1 Motivação

A maioria dos métodos de classificação com entradas numéricas podem ser classificados como paramétricos ou não paramétricos. Em ambos os casos, os métodos são supervisionados. Métodos paramétricos requerem conhecimento a priori sobre a estrutura dos dados na base de dados de treinamento, o que na maioria das vezes não está disponível. Nestes casos os métodos não paramétricos tornam-se mais atrativos. Entre eles destacam-se o k-vizinhos mais próximos (KNN), métodos baseados em árvore de decisão, métodos baseados em regras, análise de discriminantes e redes neurais [1].

Os métodos de classificação baseados em regras do tipo IF-THEN, levam em consideração não apenas a precisão da classificação, mas também a interpretabilidade do classificador. Em particular, os sistemas de classificação baseados em

---

\* Este trabalho foi financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) e Coordenação de Aperfeiamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Brasil.

regras *fuzzy* incorporam a incerteza inerente à maioria das aplicações do mundo real. As regras *fuzzy* para tais sistemas podem ser definidas por especialistas. No entanto, o conhecimento, necessário para gerar tais regras, pode não estar facilmente disponível. Diversos trabalhos têm sido propostos para gerar regras, de forma automática, a partir de dados numéricos, utilizando diferentes estratégias tais como algoritmos de agrupamento [2], redes neurais [3], algoritmos genéticos [4], [5], e *rough sets* [6], [7], [8].

## 1.2 Definição do Problema

Este trabalho propõe um novo método para gerar regras *fuzzy* automaticamente usando a teoria dos *rough sets*. Para tanto, o conhecimento disponível para uma dada aplicação é explorado em diferentes dimensionalidades com diferentes combinações. Os diferentes subconjuntos do conhecimento podem ser obtidos utilizando métodos combinatórios exaustivos, métodos baseados em *data mining* [9], e métodos baseados em algoritmos genéticos [10]. Cada um destes subconjuntos será referenciado neste trabalho como *grânulo do conhecimento*.

As regras *fuzzy* obtidas pelo método proposto compõem o núcleo de um sistema de classificação que leva em consideração a incerteza e a vagueza (*vagueness*) inerentes à aplicação. A incerteza é uma propriedade relativa aos elementos de um conjunto (grau de pertinência de um elemento a um conjunto), mensurada por uma função de pertinência difusa [11]. A vagueza (ou imprecisão) é uma propriedade do conjunto e expressa a falta de conhecimento para definir os limites deste conjunto. A vagueza de um conjunto pode ser descrita por aproximações [12]. A teoria dos *rough sets* define duas [12]. A teoria dos *rough sets* define duas aproximações de conjuntos denominadas aproximações *lower* e *upper*. No entanto, tais aproximações não são adequadas para servirem como base para o processo de geração de regras, pois são demasiadamente restritivas e permissivas, respectivamente. Nesse trabalho é proposta uma extensão para as aproximações definidas na teoria dos *rough sets* de tal forma a superar suas limitações. A extensão proposta servirá como base para a geração automática de regras *fuzzy*. Também propomos um processo de geração de regras que produz regras concisas (número reduzido de termos antecedentes) e com alta taxa de cobertura de objetos da base de dados.

## 1.3 Trabalhos Correlatos

O uso de *rough sets* para o desenvolvimento de sistemas de classificação baseados em regras é ainda um desafio [12]. Cao et al. [13] desenvolveram um sistema baseado em regras de associação para predição de proteínas. Os autores usaram a plataforma Rosetta [14] para gerar os grânulos do conhecimento, configurada com o algoritmo Semi Naive para a discretização da base de dados e algoritmo genético para a redução do espaço característica.

Hong et al. [8] integraram as teorias de *fuzzy sets* e *rough sets* (*fuzzy rough sets*) para produzir todas as possíveis regras para uma base de dados numérica,

levando em consideração uma relação de indiscernibilidade *fuzzy* entre os objetos da base de dados. Em [15], Hong et al. melhoram o método anteriormente proposto, de tal forma a gerar um menor número de regras com a máxima cobertura possível. Inicialmente, cada valor numérico é transformado em um termo linguístico usando funções de pertinência difusa. Em seguida as aproximações *fuzzy lower* e *fuzzy upper* são geradas. As regras *fuzzy* são obtidas a partir destas aproximações por um processo de indução iterativo: as regras geradas pela aproximação *fuzzy lower* apresentam maior precisão que as regras geradas pela aproximação *fuzzy upper*.

Shen and Chouchoulas [7], propuseram uma técnica que integra um algoritmo de indução para geração de regras *fuzzy* com as aproximações da teoria dos *rough sets* para obter a redução do espaço característica. A teoria dos *rough sets* é utilizada apenas na etapa de redução do espaço característica e não na geração de regras.

Os trabalhos acima citados têm como objetivo classificar cada padrão de teste em uma das possíveis classes definidas no domínio da aplicação, sem levar em consideração a ambiguidade dos dados e conseqüentemente a ignorância no processo de classificação. Sarkar [16] propôs um método de classificação denominado *Fuzzy-rough Nearest Neighbor Algorithm*, capaz de distinguir entre a evidência e a ignorância no processo de classificação de um dado objeto. Embora esse classificador apresente semelhanças, do ponto de vista funcional, ao classificador aqui proposto, a abordagem utilizada é bastante diferente.

#### 1.4 Organização do Trabalho

O artigo está estruturado da seguinte forma: A Seção 2 apresenta os principais conceitos sobre a teoria dos *rough sets*. A Seção 3 apresenta a extensão proposta para a teoria do *rough sets*. A Seção 4 detalha o processo para a geração automática das regras *fuzzy*. A Seção 5 descreve o sistema de classificação. Na Seção 6 são descritas os materiais e métodos utilizados na validação do sistema de classificação proposto. Finalmente, a Seção 7 apresenta a conclusão do trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

## 2 Conceitos Básicos sobre a Teoria dos *Rough Sets*

Nesta seção são apresentados os conceitos básicos sobre *rough sets*. Mais detalhes podem ser obtidos em [17].

A *relação de indiscernibilidade* é a base matemática para a teoria dos *rough sets*. Considere  $(U, C, D)$  uma tabela de decisão, sendo  $U$ ,  $C$  e  $D$  conjuntos finitos não vazios, em que  $U$  é o universo do discurso,  $C$  representa os *atributos condicionais* e  $D$  representa os *atributos de decisão*. Qualquer sub-conjunto  $B \subseteq C$  determina uma relação binária  $I(B)$  em  $U$ , denominada *relação de indiscernibilidade*, definida como:

$xI(B)y$  se e somente se  $x(a) = y(a) \forall a \in B$ , sendo que  $x(a)$  denota o valor do atributo  $a$  para o objeto  $x$ .

A relação  $I(B)$  é uma relação de equivalência. A família de todas as classes de equivalência de  $I(B)$  é denotada por  $U/B$ , e uma classe de equivalência contendo um elemento  $x$  é referenciada como  $B(x)$ . Cada uma das classes de equivalência em  $U/B$ , obtidas da relação  $I(B)$ , é denominada *conjunto elementar de B*.

Seja um conjunto  $X \subseteq U$ . O conjunto  $X$  pode ser aproximado, usando as informações contidas em  $B$ , pelas aproximações *lower* ( $B_*(X)$ ) e *upper* ( $B^*(X)$ ):

- aproximação *lower* representa o conjunto dos objetos que, com certeza, podem ser classificados como  $X$  utilizando  $B$ :  
 $B_*(X) = \{x \in U | B(x) \subseteq X\}$ .
- aproximação *upper* representa o conjunto de todos os objetos que possivelmente podem ser classificados como  $X$  utilizando  $B$ :  
 $B^*(X) = \{x \in U | B(x) \cap X \neq \emptyset\}$ .

A um conjunto elementar  $B(x)$  ou a um elemento  $x$  pode ser atribuído um grau de pertinência  $\mu_X^B(x)$  que expressa o grau com que  $B(x)$  ou  $x$  pode ser incluído ou pertencer a  $X$  respectivamente. O valor de  $\mu_X^B(x)$  é definido como:

$$\mu_X^B(x) = \frac{|B(x) \cap X|}{|B(x)|}. \quad (1)$$

### 3 Proposta de uma nova aproximação: *upper* $^\alpha$ de $X$

A aproximação *lower* de  $X$  é bastante restritiva, contendo apenas conjuntos elementares cujo  $\mu_X^B(x) = 1$ , enquanto a aproximação *upper* de  $X$  é bastante permissa, podendo conter conjuntos elementares cujo  $\mu_X^B(x)$  é próximo de 0, significando que o conjunto *upper* contém objetos que não pertencem a  $X$ .

Sendo assim, nenhum dos dois conjuntos é apropriado para ser usado unicamente no processo de geração de regras para classificação. Para sobrepor este problema, este trabalho propõe uma extensão para os operadores de aproximação da teoria dos *rough sets* utilizando o conceito  $\alpha$ -cut [18],  $0 < \alpha \leq 1$ :  $B^{*\alpha}$  definido como:

$$B^{*\alpha}(X) = \{x \in U | B(x) \cap X \neq \emptyset, \mu_X^B(x) \geq \alpha\}. \quad (2)$$

A aproximação  $B^{*\alpha}(X)$  contém todos os conjuntos elementares de  $U/B$  tal que  $\mu_X^B(x) \geq \alpha$ . O conjunto  $B^{*\alpha}$  será utilizado para a geração automática de regras *fuzzy*, conforme descrito na próxima seção.

### 4 Geração Automática de Regras *Fuzzy* usando $B^{*\alpha}$

As etapas para gerar regras *fuzzy* a partir da extensão da teoria dos *rough sets* incluem: (i) a transformação dos valores numéricos dos atributos em  $C$  para termos linguísticos [18]; (ii) obtenção dos grânulos do conhecimento; (iii) a geração

do conjunto de regras *fuzzy* do tipo IF-THEN para cada classe  $X_i$  utilizando  $B^{*\alpha}(X_i)$ .

#### 4.1 Transformação dos *atributos condicionais* em termos linguísticos

Uma partição *fuzzy* é obtida pela divisão homogênea de cada dimensão do espaço de características em  $p$  termos linguísticos. Neste trabalho, as funções de pertinência que representam os termos linguísticos têm a forma trapezoidal. Os valores numéricos de cada atributo em  $C$ , normalizados para o intervalo  $[0,1]$ , são associados a um termo linguístico de acordo com a partição *fuzzy* proposta. Note que a escolha da partição *fuzzy* influencia diretamente na análise de indiscernibilidade dos objetos. Diferentes partições geram diferentes *rough sets*, gerando, em consequência, diferentes conjuntos de regras. A geração automática de partições do espaço característica vai além do escopo deste trabalho.

#### 4.2 Definição dos grânulos do conhecimento

A exploração simultânea de diferentes grânulos do conhecimento, no processo de reconhecimento de padrões, permite identificar quais subconjuntos do conhecimento são mais adequados para representar cada agrupamento de dados representados em uma base de dados.

O uso de Algoritmos Genéticos (AGs) é uma alternativa para a obtenção de diferentes grânulos do conhecimento [10]. No entanto, devido a aleatoriedade no processo de geração de indivíduos, os AGs não garantem que todos os grânulos significativos estejam presentes no resultado final. Neste trabalho utilizamos o algoritmo Apriori [19] para mineração de dados [9] para geração dos grânulos do conhecimento. Cada *itemset* resultante do algoritmo Apriori é um subconjunto de  $C$ . A partir do conjunto de *itemsets* gerados é executado pós-processamento de tal forma a eliminar redundâncias. Os  $K$  grânulos do conhecimento distintos, são denotados neste trabalho por  $B_g$ , sendo  $1 \leq g \leq K$ .

#### 4.3 Obtenção das regras *fuzzy* a partir do conjunto $B^{*\alpha}(X_i)$

A forma geral de uma regra *fuzzy* do tipo IF-THEN é dada por:

$R_r$ : IF  $a_1$  is  $A_{j1}$  and ... and  $a_n$  is  $A_{jn}$  THEN  $classe = X_i$ ,  
sendo  $A_{jl}$  o termo linguístico  $j$  associado ao atributo  $a_l$ ,  $1 \leq j \leq p$ , e  $1 \leq l \leq n$ .

Considere uma aplicação com  $M$  classes,  $n$  atributos,  $K$  grânulos do conhecimento obtidos pelo método descrito na seção anterior.

Seja o conjunto,  $L_{X_i} = \bigcup_{g=1}^K U/B_g$ , sendo  $1 \leq i \leq M$ . Cada elemento de  $L_{X_i}$  é uma tupla  $(CE_t, B_g)$ , em que  $CE_t$  é um conjunto elementar com grau de pertinência  $\mu_X^B(x) \geq \alpha$  para a classe  $X_i$ . Durante o processo de união, caso duas tuplas sejam idênticas com relação ao conjunto elementar  $CE_t$ , é mantido em  $L_{X_i}$  a tupla que contém o grânulo do conhecimento  $B_g$  com menor cardinalidade.

Cada tupla  $(CE_t, B_g)$  em  $L_{X_i}$  representa potencialmente uma regra. Para garantir regras com poucos termos antecedentes, os elementos de  $L_{X_i}$  são ordenados, em ordem crescente, de acordo com a cardinalidade de  $B_g$ . Em caso de empate, a cobertura do conjunto elementar  $CE_t$  para a classe  $X_i$  é avaliada. As tuplas são ordenadas de acordo com a maior taxa de cobertura. Esta escolha contribui para uma redução no número de regras geradas.

Seja  $B^\alpha(X_i) = \cup_{g=1}^K B_g^{*\alpha}(X_i)$ , o conjunto que contém todos os objetos que podem ser classificados na classe  $X_i$ , considerando o valor de  $\alpha$  e os diferentes grânulos do conhecimento  $B_g$ .

O conjunto de regras para cada classe  $X_i$  é obtido pela análise simultânea dos elementos de  $B^\alpha(X_i)$  e de  $L_{X_i}$ . Cada par  $(CE_t, B_g)$  em  $L_{X_i}$  produz uma regra, se somente se, novos objetos em  $B^\alpha(X_i)$  pertencentes a classe  $X_i$  forem cobertos. Caso contrário, o par é descartado para evitar regras redundantes.

## 5 O Sistema de Classificação

As regras *fuzzy* associadas a cada classe  $X_i$  são avaliadas. Aquela regra com maior grau de pertinência  $\mu_i$  é selecionada. A cláusula ELSE é incluída no sistema de classificação proposto para indicar uma nova classe  $X_{k+1}$ : "necessita de complemento". A cláusula ELSE é avaliada como  $\mu_{k+1} = 1 - \max\{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k\}$ . A amostra de teste será associada à classe  $i$ ,  $i = 1, 2, \dots, k, k + 1$  que possuir o maior grau de pertinência.

**Exemplo ilustrativo:** Para auxiliar no entendimento do método proposto, considere um problema de classificação, cuja base de dados numérica já está transformada em termos linguísticos, conforme Tabela 1. A base de dados inclui 10 padrões de treinamento, três *atributos condicionais*:  $cor = \{Azul, Vermelho, Verde, Amarelo\}$ ,  $tamanho = \{Pequeno, Médio, Grande, Muito Grande\}$ ,  $textura = \{Muito Suave, Suave, Áspero, Muito Áspero\}$  e um *atributo de decisão* (classe). Considere para esse exemplo as classes  $X_1 = \{1,2,3,4,5\}$  e  $X_2 = \{6,7,8,9,10\}$ .

Devido ao número reduzido de amostras e de atributos da base de dados desse exemplo ilustrativo, todos os possíveis grânulos do conhecimento  $B_g$  são usados (em bases de dados reais com muitos atributos, os grânulos do conhecimento são obtidos via o algoritmo Apriori, conforme descrito na Seção 4.2). Sendo assim, temos:  $B_1 = \{cor\}$ ,  $B_2 = \{tamanho\}$ ,  $B_3 = \{textura\}$ ,  $B_4 = \{cor, tamanho\}$ ,  $B_5 = \{cor, textura\}$ ,  $B_6 = \{tamanho, textura\}$ ,  $B_7 = \{cor, tamanho, textura\}$ . Considere também  $\alpha = 0,75$ .

**Table 1.** Tabela de decisão transformada com 4 termos linguísticos ( $p = 4$ )

amostra	cor	tamanho	textura	classe
$x_1$	Azul	Grande	Suave	$X_1$
$x_2$	Vermelho	Médio	Suave	$X_1$
$x_3$	Vermelho	Médio	Áspero	$X_1$
$x_4$	Vermelho	Grande	Suave	$X_1$
$x_5$	Azul	Grande	Suave	$X_1$
$x_6$	Verde	Médio	Áspero	$X_2$
$x_7$	Amarelo	Pequeno	Áspero	$X_2$
$x_8$	Amarelo	Pequeno	Suave	$X_2$
$x_9$	Vermelho	Grande	Suave	$X_2$
$x_{10}$	Verde	Pequeno	Áspero	$X_2$

**Table 2.** *Rough sets* para as classes  $X_1$  e  $X_2$  considerando  $B_1, B_2, \dots, B_7$ .

$U/B_1 = \{ \{1,5\}, \{2,3,4,9\}, \{6,10\}, \{7,8\} \}$	
$B_1^{*\alpha}(X_1) = \{1,5,2,3,4,9\}$	$B_1^{*\alpha}(X_2) = \{6,10,7,8\}$
$U/B_2 = \{ \{1,4,5,9\}, \{2,3,6\}, \{7,8,10\} \}$	
$B_2^{*\alpha}(X_1) = \{1,4,5,9\}$	$B_2^{*\alpha}(X_2) = \{7,8,10\}$
$U/B_3 = \{ \{1,2,4,5,8,9\}, \{3,6,7,10\} \}$	
$B_3^{*\alpha}(X_1) = \{ \}$	$B_3^{*\alpha}(X_2) = \{3,6,7,10\}$
$U/B_4 = \{ \{1,5\}, \{2,3\}, \{4,9\}, \{6\}, \{7,8\}, \{10\} \}$	
$B_4^{*\alpha}(X_1) = \{1,5,2,3\}$	$B_4^{*\alpha}(X_2) = \{6,7,8,10\}$
$U/B_5 = \{ \{1,5\}, \{2,4,9\}, \{3\}, \{6,10\}, \{7\}, \{8\} \}$	
$B_5^{*\alpha}(X_1) = \{1,3,5\}$	$B_5^{*\alpha}(X_2) = \{6,7,8,10\}$
$U/B_6 = \{ \{1,4,5,9\}, \{2\}, \{3,6\}, \{7,10\}, \{8\} \}$	
$B_6^{*\alpha}(X_1) = \{1,4,5,9,2\}$	$B_6^{*\alpha}(X_2) = \{7,10,8\}$
$U/B_7 = \{ \{1,5\}, \{2\}, \{3\}, \{4,9\}, \{6\}, \{7\}, \{8\}, \{10\} \}$	
$B_7^{*\alpha}(X_1) = \{1,5,2,3\}$	$B_7^{*\alpha}(X_2) = \{6,7,8,10\}$

A Tabela 2 apresenta as partições  $U/B_g, 1 \leq g \leq 7$ , geradas e os respectivos  $B^{*\alpha=0,75}(X_i), 1 \leq i \leq 2$ . A partir da Tabela 2 temos:

$$B^\alpha(X_1) = \{1, 5, 2, 3, 4, 9\};$$

$$L_{X_1} = \{ (\{2,3,4,9\}, B_1), (\{1,4,5,9\}, B_2), (\{1,5\}, B_1), (\{2,3\}, B_4), (\{3\}, B_5), (\{2\}, B_6) \};$$

$$B^\alpha(X_2) = \{6, 10, 7, 8, 3\}$$

$$L_{X_2} = \{ (\{7,8,10\}, B_2), (\{3,6,7,10\}, B_3), (\{6,10\}, B_1), (\{7,8\}, B_1), (\{7,10\}, B_6), (\{6\}, B_4), (\{10\}, B_4), (\{7\}, B_5), (\{8\}, B_5) \}.$$

O classificador com o conjunto de regras obtido é :

$$R_1: \text{IF } \textit{cor} \text{ is } \textit{Vermelho} \text{ THEN } \textit{classe} = X_1$$

$$R_2: \text{IF } \textit{tamanho} \text{ is } \textit{Grande} \text{ THEN } \textit{classe} = X_1$$

$$R_3: \text{IF } \textit{tamanho} \text{ is } \textit{Pequeno} \text{ THEN } \textit{classe} = X_2$$

$$R_4: \text{IF } \textit{cor} \text{ is } \textit{Amarelo} \text{ THEN } \textit{classe} = X_2$$

$$R_5: \textit{ELSE} \textit{ classe} = \textit{"necessita de complemento"}$$

Note que o classificador é capaz de classificar corretamente todas as amostras pertencentes as classes  $X_1$  e  $X_2$ , exceto a amostra  $x_9$  pertencente a classe  $X_2$ . Este fato ocorre porque a amostra  $x_9$  apresenta informação ambígua, tornando impossível classificá-la corretamente em uma das classes  $X_i$  definidas no domínio da aplicação.

## 6 Experimentos

### 6.1 Base de Dados

Para a avaliação do sistema de classificação proposto foram usadas duas bases de dados fornecidas pela University of Wisconsin [20]. Ambas as bases contêm atributos com valores numéricos extraídos de imagens de células do tecido mamário obtido via biopsia. A base Wisconsin Diagnostic Breast Cancer (Wdbc) é composta por 569 amostras, 10 *atributos condicionais* e 1 *atributo de decisão* (2 classes). Esta base não possui informação incompleta. A base de dados Wisconsin Prognostic Breast Cancer (Wpbc) é composta por 699 amostras, 10 *atributos condicionais* e 1 *atributo de decisão* (2 classes). Os atributos condicionais incompletos foram preenchidos com a média aritmética do respectivo atributo para evitar redução no número de amostras da base. As bases foram fuzzificadas considerando  $p = 8$  (8 termos linguísticos), veja Seção 4.1. Para os testes, o valor para  $\alpha$  foi fixado em 0,90 e o suporte para o algoritmo Apriori foi fixada em 7%. A determinação destes valores ocorreu de forma empírica.

### 6.2 Discussão dos Resultados

Ambas as bases são desbalanceadas com relação a quantidade de amostras em cada classe. As proporções de amostras em cada classe foram mantidas durante a montagem dos 10-*fold* utilizados na validação cruzada. A Tabela 3 apresenta a avaliação e a comparação dos resultados, em termos de precisão, com outros métodos de classificação publicados na literatura. O número médio de amostras não classificáveis, o número médio de regras e o número médio de antecedentes para as bases WDBC e WPDC foi igual a 9,7; 5,10; 1,16 e 0,1; 34,10; 1,95 respectivamente.

Os resultados mostram um desempenho superior do método proposto com relação aos outros métodos aplicados para as mesmas bases de dados. Com o objetivo de verificar se o método proposto gerou regras concisas, cada conjunto de antecedentes foi submetido a um algoritmo de redução de atributos disponível na plataforma *Rosetta* [14]. O algoritmo verifica de modo exaustivo se é possível reduzir o número de antecedentes de uma regra sem prejuízo da dependência parcial de atributos [12]. Não houve redução de antecedentes para nenhuma das regras previamente obtidas.

## 7 Conclusões

Este trabalho propôs um método para geração automática de regras *fuzzy* baseado nas teorias de *fuzzy sets* e *rough sets*. Para adequar os *rough sets* aos propósitos

**Table 3.** Comparação do classificador proposto com outros métodos.

Base Wdbc	
Método, avaliação, autor	<i>Accuracy</i>
Nosso estudo, 10 X CV	98,03
RN, 10 X CV, , Anagnostopoulos and Maglogiannis em [21]	97,90
H-Bspline, 10 X CV, Yuan-chin em [22]	97,50
Neighborhood, 10 X CV, Qinghua et al. em [23]	96,85
Base Wpbc	
Método, avaliação, autor	<i>Accuracy</i>
Nosso estudo, 10 X CV	93,90
RN, 10 X CV, Anagnostopoulos and Maglogiannis em [21]	92,80
Nonlinear Classification, 10 X CV, Mangasarian and Wild em [24]	91,0
Neighborhood, 10 X CV, Qinghua et al. em [23]	78,82
KBPSVM, 10 X CV, Khemchandani et al. em [25]	68,45

deste trabalho, propusemos uma extensão para operações de aproximação básicas, denominada aproximação  $upper^\alpha$  de  $X$ , e denotada por  $B^{*\alpha}(X)$ .

O método de geração de regras proposto garante a produção automática das regras *fuzzy* do tipo IF-THEN com número reduzido de antecedentes e com alta taxa de cobertura quanto aos objetos do universo do discurso.

As regras *fuzzy* geradas formam o núcleo do classificador proposto, que é capaz de discernir quanto a ingnorância ou evidência no processo de classificação. Aqueles objetos que não apresentam padrão para serem classificados em nenhuma das classes do domínio da aplicação são classificadas como "necessita de complemento".

O classificador foi avaliado utilizando bases de dados públicas de câncer de mama. Os resultados obtidos, em termos de precisão, foram superiores aos resultados apresentados por outros métodos utilizando a mesma base de dados. O conjunto de regras obtido está fortemente ligado à partição *fuzzy* gerada. Esforços estão sendo realizados para a obtenção automática desta partição levando em conta a distribuição dos dados. Novos trabalhos estão sendo desenvolvidos para adaptar o método proposto para determinar o grau de ocorrência de ruídos, *outliers* e o grau de presença de *clusters* com informação ambígua em grandes bases de dados.

## References

1. Duda R O, Hart P E, and Stork D G. *Pattern classification*. Wiley-Interscience, 2nd edition, 2000.
2. Chen SM and YU CH. A new method for handling fuzzy classification problems using clustering techniques. *International Journal of Applied Science and Engineering*, 2(1):90–104, 2004.
3. Kasabov NK. Learning fuzzy rules and approximate reasoning in fuzzy neural networks and hybrid systems. *Fuzzy Set and Systems*, 82(2):135–149, 1996.

4. Ishibuchi H, Nojima Y, and Kuwajima I. Genetic rule selection as a postprocessing procedure in fuzzy datamining. In *International Symposium on Evolving Fuzzy Systems*, pages 286–291, September 2006.
5. Cintra M E and Camargo H A. Fuzzy rules generation using genetic algorithms with self-adaptive selection. *Information Reuse and Integration*, pages 261–266, 2007.
6. Pawlak Z. Rough set approach to knowledge-based decision support. *European Journal of Operational Research*, 99:48–57, 1997.
7. Shen Q and Chouchoulas A. A rough-fuzzy approach for generating classification rules. *Pattern Recognition*, 35:2425 – 2438, 2002.
8. Hong T P, Wang T T, and Wang S L. Learning a coverage set of maximally general fuzzy rules by rough sets. *Expert Systems with Applications*, 19:97–103, 2000.
9. Tan P N and Kumar V. Introduction to data mining. *Addison-Wesley*, 2006.
10. srinivas M and Patnaik L M. Genetic algorithms: a survey. *Computer*, 27:1–37, 1992.
11. Zadeh L. Fuzzy sets and systems. *Fox J, editor. System Theory*, pages 29–39, 1965.
12. Pawlak Z and Skowron. Rudiments of rough sets. *Information Science*, 177:3–27, 2007.
13. Cao Y, Liu S, Zhang L, Qin J, Wang J, and Tang K. Prediction of protein structural class with rough sets. *BMC Bioinformatics*, 7:20, 2006.
14. Ohrn A, Komorowski J, Skowron A, and Synak P. The design and implementation of a knowledge discovery toolkit based on rough sets - the rosetta system. *Rough Sets in Knowledge Discovery*, 1998.
15. Hong T P, Wang T T, and Wang S L. Knowledge acquisition from quantitative data using the rough-set theory. *Intelligent Data Analysis*, 4:289–304, 2000.
16. Sarkar M. Fuzzy-rough nearest neighbor algorithms in classification. *Fuzzy Sets and Systems*, 158:2134–2152, 2007.
17. Pawlak Z and Skowron. Rudiments of rough sets. *Information Science*, 177:3–27, 2007.
18. Klir G J and Yuan B. *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic - Theory and Applications*. Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, New Jersey, 1995.
19. Agrawal R and Srikant R. Fast algorithms for mining association rules. *20th Int. Conf. Very Large Data Bases, VLDB*, 1994.
20. Asuncion A and Newman D J. <http://www.ics.uci.edu/~mllearn/MLRepository.html>. *UCI Machine Learning Repository - University of California, Irvine, School of Information and Computer Sciences.*, 2007.
21. Anagnostopoulos I and Maglogiannis I. Neural network-based diagnostic and prognostic estimations in breast cancer microscopic instances. *Med Bio Eng Comput*, 44:773–784, 2006.
22. Yuan chin I C. Boosting svm classifiers with logistic regression. *"Journal" Desconhecido*, 2003.
23. Qinghua H, Daren Y, and Zongxia X. Neighborhood classifiers. *Expert Systems with Applications*, 34:866–876, 2008.
24. Mangasarian O L and Wild E W. Nonlinear knowledge-based classification. *Neural Networks, IEEE Transactions on*, 19:1826–1832, 2008.
25. Khemchandani R, Jayadeva, and Chandra S. Knowledge based proximal support vector machines. *European Journal of Operational Research*, 2009.