

# Un Método Robusto para la Estimación de la Torsión de Curvas para la Reconstrucción de Modelos Tridimensionales con Discontinuidades

German Sanchez<sup>1</sup>, Jhon W. Branch<sup>2</sup>, Albeiro Espinosa<sup>2</sup>.

<sup>1</sup> Facultad de Ingeniería, Programa de Ingeniería en Sistema, Universidad del Magdalena, Santa Marta, Colombia.

gsanchez@unimagdalena.edu.co

<sup>2</sup> Facultad de Minas, Escuela de Sistemas e Informática, Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia.

{ jwbranch, aespinos}@unalmed.edu.co

**Abstract.** The modeling of the surfaces with discontinuities has been investigated actively in problems like three-dimensional surface reconstruction, segmentation, and image restoration by the computer vision community. Traditionally, these processes have been attended manually due to the high ambiguity existing to determining the discontinuity's ownership. However, it is required new processes of automatic nature in order to development stand-alone applications. In this sense, classic procedures of models repair are not usually desirable since it is necessary a manual assistance. The most important difficulty resides in the decision of maintaining or not the discontinuity in the final representation. This article presents a robust technique addressed to the automatic classification of discontinuities through the reconstruction process. The robustness is obtained given different levels of importance to the torsion estimation in each point when deciding if it is or not a real discontinuity. For the estimate of the importance or "the weight" of the estimate in each point, it uses a model of influence function with a *Lorentzian* estimator that uses an experimental setup threshold according to the image scale. This method is presented along with an automatic and complete methodology of three-dimensional surface reconstruction, which uses radial basis functions' interpolations of the complete surface that it automatically trimmed to maintain the actual discontinuities of the object.

**Keywords:** surface reconstruction, torsion estimation, interpolation, radial basis functions.

## 1 Introducción

El proceso de reconstrucción de formas implica estimar una representación matemática de la geometría de un objeto a partir de un conjunto de medidas conocidas y adquiridas de dicho objeto. Existen numerosas dificultades respecto al proceso de adquisición, la topología del objeto, la estructura del sensor, las características físicas

del material del objeto, las condiciones de iluminación, entre otras dificultades, que constituyen la fuente principal de generación de anomalías dentro de lo datos muestreados que afectan la estimación de representaciones precisas de las características geométricas de los objetos. Este tipo de anomalías se clasifican en tres grupos, los cuales son: Presencia de Ruido, Formación de Huecos y Redundancia de Información. Para esto, típicamente se aplica una etapa de corrección denominada Etapa de Integración. La importancia de esta etapa consiste en disminuir el efecto de estas anomalías en los procesos de representación final.

Cualquiera sea la anomalía, corresponde a una área amplia de estudios, con diversas y numerosas técnicas propuestas. A pesar de esto, el tratamiento de estas anomalías es un área de continuo mejoramiento y se considera aún un problema abierto para la comunidad científica del área. La dificultad radica fundamentalmente en que, en algunos casos la naturaleza exacta de la fuente de estas anomalías es desconocida, compleja de modelar, o sencillamente porque una solución a estos problemas necesariamente tendrá un nivel de incertidumbre. Lo que ha generado la necesidad de desarrollar procedimientos de corrección asistidos por el usuario. Aunque diferentes enfoques geométricos y matemáticos han sido propuestos, sus debilidades radican principalmente en que sus aplicaciones son de dominio limitado debido a su poca flexibilidad de adaptación a objetos con diferentes topologías.

En relación a la corrección de anomalías causadas por la ausencia de información, los métodos tradicionales de reconstrucción de superficies propuestos en la literatura asumen que la superficie completa es continua y no presenta discontinuidades, así cualquier irregularidad en los datos es interpretada como anomalía topológica y reparada para generar modelos digitales continuos. Esta idea es válida para un dominio reducido de objetos. Sin embargo, no todas las superficies de los objetos reales presentan estas características. Existe una variedad de objetos que presentan bordes que limitan su topología externa y bordes que denotan discontinuidades al interior de la superficie. Este conjunto de discontinuidades deben ser preservadas en la representación digital final del objeto, parte de este trabajo está orientado a la clasificación automática de estas anomalías con el fin de mantenerlas en la representación final.

En este trabajo se presenta una metodología para la reconstrucción tridimensional mediante interpolación con corrección automática de anomalías. Las principales contribuciones las constituyen un método para selección de centros de interpolación y la proposición de un método robusto para la clasificación de anomalías, este método mejora las debilidades de [1].

Este trabajo está organizado de la siguiente manera: en la sección *Trabajos Previos*, se hace una descripción de los trabajos realizados, mostrando diferentes enfoques. En la sección *Identificación de las Discontinuidades de superficie*, se describe el procedimiento para la identificación automática de las discontinuidades de superficie de acuerdo a una representación triangular. En la sección *Generación de la Superficie*, se describe el procedimiento general utilizado para la parametrización del interpolante

y el recorte automático de la superficie y en la sección final se presentan las *Conclusiones y los Trabajos Futuros*.

## 2 Trabajos Relacionados

Una de las principales características deseables en los métodos de reconstrucción de superficies es la habilidad para llenar huecos o completar regiones faltantes. La falta de información es generada principalmente por propiedades reflectivas del material, o problemas de oclusión [2]. Los métodos de reconstrucción clásicos necesitan realizar el llenado de huecos mediante técnicas manuales de post-procesamiento aplicadas después de la etapa final de la reconstrucción de superficies, principalmente por la dificultad en diferenciar la naturaleza de la discontinuidad, esto es, si pertenece o no a la superficie real. Otros métodos realizan la corrección de manera implícita durante la etapa de ajuste de superficies realizando una reconstrucción global del objeto [2, 3] este enfoque tiene dos desventajas, primero, no permite reproducir huecos falsos, es decir, aquellos que pertenecen al objeto, y segundo, la calidad de la porción generada depende de la técnica utilizada y no del análisis de la geometría intrínseca en el objeto. Aunque al tomar la superficie como un conjunto continuo y completo, estas técnicas reproducen soluciones visualmente adecuadas. La corrección de este tipo de anomalías sigue siendo limitada a casos particulares del problema.

Para reproducir un segmento de superficie diferentes técnicas han sido propuestas [1, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]. En este grupo de técnicas basadas en geometría podemos encontrar dos tendencias generales. Reparación basada en los triángulos y reparación basada en voxels. Las técnicas basadas en triángulos, obtienen mediante triangulación una aproximación lineal del hueco y refinan esta triangulación de acuerdo a la geometría en la cual el hueco está inmerso. En [11] se describe un método para llenado de huecos en mallas no estructuradas mediante criterios de la triangulación Delaunay, y un posterior refinamiento de la malla mediante la minimización de un funcional de energía relacionado con la curvatura del entorno. En [1] los huecos son llenados mediante la triangulación de un conjunto de puntos que son obtenidos de una interpolación con funciones de base radial. Los puntos son generados en una malla simétrica que posee la densidad promedio de los puntos en la superficie. Esta técnica funciona correctamente para reproducir la geometría de un vecindario del contorno del hueco, pero falla en los procesos de plantificación de huecos en zonas completamente planas.

En [12] se propone un procedimiento basado en voxels para reconstruir el contorno de una superficie, generando los signos de los voxels a partir de una estructura Octree. El procedimiento es capaz de llenar huecos teniendo en cuenta características geométricas mínimas por lo que es una restricción que el tamaño de los huecos sea pequeño en relación al tamaño de la superficie. Similarmente, Joshua et al. [7] presentan un algoritmo para llenar huecos basado en una descomposición del espacio en regiones atómicas de volumen y definen el modelo como la unión de unidades

atómicas interiores utilizando un grafo recortado. Esta técnica necesita intervención del usuario para seleccionar la forma en que será finalmente llenado el hueco. En [13] se describe un procedimiento para reparar modelos 3-D. Este procedimiento aplica dos fases, la primera una interpolación basada en funciones de base radial para llenar el interior del hueco y una etapa de post-procesamiento para refinar los detalles del llenado. En la etapa de refinamiento son ajustadas, las normales, lo que permite recuperar algunas características geométricas sobre la nueva región generada, lo que producen adecuados resultados.

### 3 Clasificación de Discontinuidades

Para el proceso de identificación de huecos, el procedimiento más sencillo, funcional y con gran facilidad de implementación, lo constituye la idea de que una discontinuidad en la superficie es fácilmente definida como una sucesión de aristas límites. Una arista límite se define como una arista de un triángulo que no es compartido por ningún otro triángulo [11].

El análisis de cada discontinuidad en este trabajo, consiste en el estudio de la torsión de la curva del contorno de cada uno de estos. Este análisis se basa en la hipótesis que cada hueco que pertenece a la superficie es de contorno suave y regular, pero los huecos generados por la oclusión tienden a presentar grandes irregularidades reflejadas en altas variaciones en su contorno y por lo tanto, en la estimación de las torsiones en el contorno.

Geoméricamente, la medida de la curvatura indica la velocidad de cambio de la curva sobre un mismo plano, por el contrario, la medida de la torsión indica el cambio de planos que realiza la curva en el espacio, es decir, indica el alteraciones en el espacio de la curva. En discontinuidades de superficie, la curva de contorno no suele tener grandes variaciones espaciales. Por el contrario, las anomalías causadas por oclusión tienden a tener grandes variaciones debido a que los segmentos de región que no se pueden censar hacen que la curva de contorno cambie bruscamente en el espacio. La torsión está definida así (ver Ec. 1):

$$\tau = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\theta}{\Delta S} \quad (1)$$

Desde la geometría diferencial, las propiedades de una curva en un punto son aquellas propiedades que dependen de un entorno arbitrariamente pequeño, así las propiedades de este tipo se definen en términos de derivadas en el punto dado de la ecuación que define la curva (ec. 2).

$$\tau = \frac{[(\vec{f}' \times \vec{f}'') \cdot \vec{f}''']}{\|\vec{f}' \times \vec{f}''\|^3} \quad (2)$$

De forma similar como en [1], para estimar la torsión de la curva de contorno se necesita una ecuación  $f(x)$  que la describa, debido a que se tiene un camino continuo

y cerrado de aristas. Para obtener una ecuación del conjunto de aristas, estas se aproximan mediante curvas de Bézier de tipo:

$$Cb(t) = \sum_{i=0}^n p_i B_{i,n}(t) \quad (3)$$

Teniendo en cuenta que la función  $f(t)$  que describa la curva debe ser diferenciable, hasta por lo menos en tercer grado. La aproximación paramétrica de Bézier se define así:

$$x(t) = \sum_{i=0}^n x_i B_{i,n}(t) \quad y(t) = \sum_{i=0}^n y_i B_{i,n}(t) \quad z(t) = \sum_{i=0}^n z_i B_{i,n}(t) \quad (4)$$

donde  $B_{i,n}(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i}$  son los polinomios de Bernstein de tercer grado (ver Figura 1) definidos así:

$$\begin{aligned} B_{0,3} &= (1-t)^3 & B_{1,3} &= 3t(1-t)^2 \\ B_{2,3} &= 3t^2(1-t) & B_{3,3} &= t^3 \end{aligned} \quad (5)$$

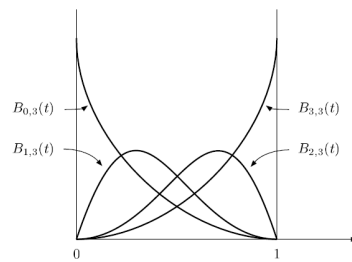


Figura 1. Polinomios de Bernstein de grado 3 en un intervalo de 0 a 1.

El contorno es aproximado parcialmente mediante curvas de Bézier de grado tres, obtenidos con conjuntos de 3 puntos continuos. Una vez obtenida las ecuaciones de los segmentos de la curva, la torsión es evaluada en el punto intermedio (ver Figura 2).

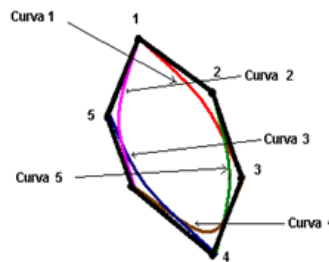


Figura 2. Aproximación de la curva de contorno mediante curvas de Bézier y puntos sobre los cuales se estima la torsión.

Es de notar que la aproximación mediante segmentos de curva de Bézier introduce cierto nivel de alteración respecto de la curva real que ella representa. Este nivel de alteración aumenta en cuanto la longitud de la distancia media de la separación de los puntos aumenta. Por esta razón, al obtener una medida general que indique el grado de torsión de la curva, se ha utilizado un procedimiento en el cual, la estimación sobre puntos que tengan mayor distancia media de separación entre ellos, tenga menos peso. Este tipo de esquema nos permite obtener una medida fiable respecto del grado de torsión de la curva. Según lo anterior, para cada segmento de tres puntos se estima un promedio  $\bar{x}_k$  de separación entre los puntos del segmento  $k$ , así:

$$\bar{x}_k = \frac{1}{2} (d(x_k^1, x_k^2) + d(x_k^2, x_k^3)). \quad (6)$$

donde,  $d(x_k^i, x_k^j)$ , es la distancia euclidiana entre los puntos  $i, j$  del segmento  $k$ . Finalmente, se estiman los pesos asociados a cada segmento. Para esto, se utilizó una función de relación implementando un operador de Lorentz inverso del tipo  $\rho$  [14]. De tal forma que:

$$w_i = \frac{1}{\log\left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{x}_i}{\sigma}\right)^2\right)}. \quad (7)$$

donde,  $\sigma$  es un umbral y ha sido establecido experimentalmente y su comportamiento puede apreciarse en la Figura 3.

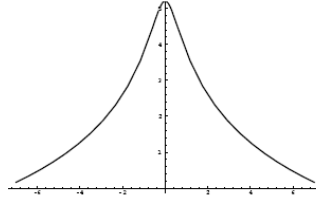


Figura 3. Estimador inverso de Lorentz de la Ec 7.

Finalmente se calcula la varianza de las torsiones para medir el nivel de dispersión de los valores medidos en cada punto, los huecos cuyos contornos posean una varianza de torsión superior a un umbral establecido, se llenarán y se consideran no preservables, así:

$$S_\tau = \frac{1}{n \sum_{j=0}^j w_j} \sum_{i=0}^n w_i (\tau_i - \bar{\tau})^2. \quad (8)$$

Si  $S_\tau < u$ , la anomalía será preservada y se almacenará los puntos del contorno para un posterior recorte, de otra forma, esta será rellenada.

## 4 Generación de la Superficie

Finalmente, se genera una aproximación continua de la superficie. Esta aproximación será posteriormente recortada mediante la intersección de las curvas almacenadas que

previamente marcadas como preservables. La aproximación de la superficie es realizada en este trabajo mediante la interpolación de un sub-conjunto de puntos seleccionados de acuerdo a las siguientes características:

1. Seleccionar un conjunto de puntos cuyas características geométricas sean representativas de su entorno.
2. Seleccionar todos los puntos que hagan parte de los contornos de los huecos clasificados como preservables.
3. Todos los puntos que correspondan a contornos externos, si los hay.

El objetivo de la característica 1, es disminuir el efecto de la pérdida de precisión con la reducción de puntos. Las características 2 y 3 tienen como objetivo hacer que se interpolen correctamente los bordes externos de la superficie.

### *Selección de Centros Mediante Clusterización*

Hay una razón teórica que indica que la interpolación es óptima si los centros están situados en los datos del conjunto inicial [15], es decir que el conjunto de centros de interpolación sea un subconjunto de los datos a interpolar. Los experimentos con la localización de centros se han centrado sobre todo en los métodos de aproximación [16]. Aunque la función típica de minimización la constituye los mínimos cuadrados, otras funciones objetivas también se han considerado para la minimización [17] [18]. Esta etapa implementa una técnica general de clusterización mediante crecimiento de regiones. El algoritmo consiste en calcular previamente una estimación de la curvatura de las superficies en cada punto  $p$ . La estimación de la curvatura es calculada resolviendo una matriz de covarianza formada utilizando un vecindario cercano y de tamaño fijo en cada uno de los puntos así:

$$MC = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (p_i - \bar{p})(p_i - \bar{p})^T \cdot \quad (9)$$

donde  $n$  es el número de vecinos al punto  $p$  y  $\bar{p} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p_i$ .

La estimación de la aproximación de la curvatura en  $p$  es [30]:

$$C = \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2}, \text{ donde } \lambda_0 \leq \lambda_1 \leq \lambda_2 \quad (10)$$

Note que el vector propio asociado a  $\lambda_0$  indica la dirección de la menor variación de los datos, esta dirección corresponde al vector normal de la superficie en el punto  $p$ . De tal forma que  $C$  indica cuantitativamente la variación de la superficie respecto al plano tangente, y constituye una medida de la variación de la superficie. Una vez obtenida la aproximación de la curvatura, el siguiente paso consiste en realizar una clusterización de las superficies, de tal forma que la varianza de cada clúster no supere un umbral  $\beta$  establecido.

### *Cálculo del Interpolante*

Una vez ha sido seleccionado el sub-conjunto de puntos o centros de interpolación, el siguiente paso es estimar el interpolante. El cálculo del interpolante es realizado utilizando RBF de soporte global de igual forma como se reporta en la literatura [3,19]. Típicamente la interpolación construye una función  $y = f(x)$  interpolando el conjunto P de la siguiente manera:

$$f(x) = \sum_{p_i \in P} [g_i(x) + \lambda_i] \phi_\sigma(\|x - C_i\|) \quad (11)$$

Donde  $\phi_\sigma(r)$  es la función base, el conjunto de valores  $\lambda_i$  es el conjunto de pesos asociado a cada centro,  $g_i$  es típicamente, un polinomio de segundo o tercer grado, y el conjunto  $C_i$  es denominado el conjunto de centros. Los parámetros  $\phi_\sigma(r)$ ,  $C_i$  y  $g_i$  son conocidos, de tal forma que  $\lambda_i$  es estimado resolviendo el sistema de ecuaciones.

### *Recorte de la Superficie*

La obtención de una curva 3-D situada sobre una superficie se puede hacer de diversas maneras. En este trabajo se utiliza una definición de recorte como la intersección de las superficies del objeto y la superficie definida por la región encerrada por cada curva de contorno. De esta manera se puede modelar objetos tridimensionales como intersección con curvas en el espacio. Existen algunos algoritmos que resuelven la intersección entre superficies, tanto de manera analítica como por aproximación y el recorte de la superficie dada una curva ha sido trabajado ampliamente en la literatura [20,21].

## **5 Experimentos y Resultados**

### *Determinación del Umbral de Torsión*

Se realizaron pruebas con un conjunto de imágenes reales que poseían huecos causados por el proceso y un conjunto de imágenes de objetos con discontinuidades propias. Lo anterior permitió determinar experimentalmente un umbral de 0,1.

### *Reconstrucción de Objetos Reales*

Para probar la funcionalidad del método y la efectividad de la detección y clasificación de anomalías preservables se realizaron pruebas sobre datos de rango que representan objetos con discontinuidades reales. La Figura 9, muestra los resultados intermedios del proceso de reconstrucción preservando las discontinuidades sobre el objeto Máscara. Este objeto no presenta discontinuidades de anomalía, sus dos únicas discontinuidades pertenecen al modelo real. Las medidas para las estimaciones de la torsión de las discontinuidades detectadas son de 0.0367, 0.0689 respectivamente de izquierda a derecha para las discontinuidades que denotan la zona de los ojos.



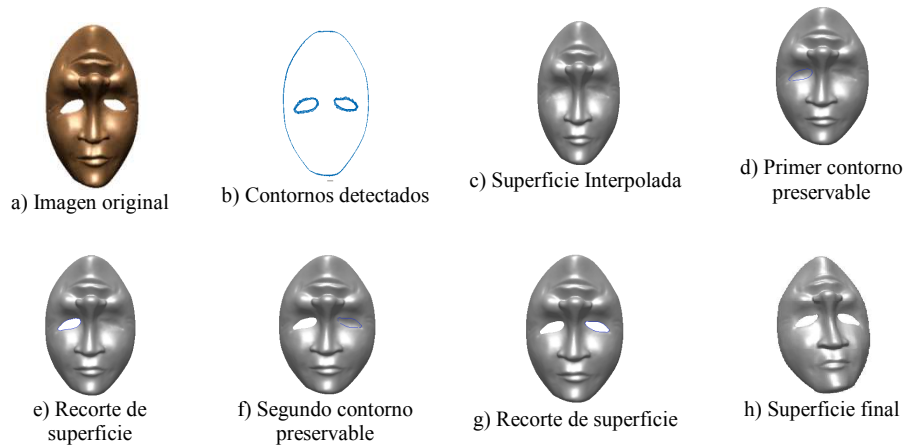


Figura 9. Preservación de discontinuidades reales en el objeto Máscara.

## Referencias

1. Branch, J., Prieto, F., and Boulanger, P. 2006. Automatic Hole-Filling of Triangular Meshes Using Local Radial Basis Function. In Proceedings of the Third international Symposium on 3D Data Processing, Visualization, and Transmission (3dpvt'06) (June 14 - 16, 2006). 3DPVT. IEEE Computer Society, Washington, DC, 727-734.
2. Brian Curless and Marc Levoy. A volumetric method for building complex models from range images. In SIGGRAPH '96: Proceedings of the 23rd annual conference on Computer graphics and interactive techniques, pp 303-312, New York, NY, USA, 1996. ACM Press.
3. J. C. Carr, R. K. Beatson, B. C. McCallum, W. R. Fright, T. J. McLennan, and T. J. Mitchell. Smooth surface reconstruction from noisy range data. In GRAPHITE '03: Proceedings of the 1st international conference on Computer graphics and interactive techniques in Australasia and South East Asia, pages 119, New York, NY, USA, 2003. ACM Press.
4. Chitra Dorai, Gang Wang, Anil K. Jain, and Carolyn Mercer. Registration and integration of multiple object views for 3d model construction. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 20:83-89, 1998.
5. James Davis, Steven R. Marschner, Matt Garr, and Marc Levoy. Filling holes in complex surfaces using volumetric disjunction. In In First International Symposium on 3D Data Processing, Visualization, and Transmission, pages 428-438, 2002.
6. J. Wang and M.M. Oliveira. A hole-filling strategy for reconstruction of smooth surfaces in range images. Computer Graphics and Image Processing, 2003. SIBGRAPI 2003. XVI Brazilian Symposium on, pages 11-18, Oct. 2003.

7. Joshua Podolak and Szymon Rusinkiewicz. Atomic volumes for mesh completion. In SGP '05: Proceedings of the third Eurographics symposium on Geometry processing, page 33, Aire-la-Ville, Switzerland, Switzerland, 2005. Eurographics Association.
8. Stephan Bischo, Darko Pavic, and Leif Kobbelt. Automatic restoration of polygon models. *ACM Trans. Graph.*, 24(4):1332-1352, 2005.
9. Tongqiang Guo, Jijun Li, Jianguang Weng, and Yueting Zhuang. Filling holes in meshes and recovering sharp edges. *Systems, Man and Cybernetics*, 2006. SMC '06. IEEE International Conference on, 6:5036-5040, Oct. 2006.
10. Gerhard H. Bendels, Michael Guthe, and Reinhard Klein. Free-form modeling for surface inpainting. In *Afrigraph '06: Proceedings of the 4th international conference on Computer graphics, virtual reality, visualisation and interaction in Africa*, pages 49-58, New York, NY, USA, 2006. ACM.
11. Peter Liepa. Filling holes in meshes. In SGP '03: Proceedings of the 2003 Eurographics/ACM SIGGRAPH symposium on Geometry processing, pages 200-205, Aire-la-Ville, Switzerland, Switzerland, 2003. Eurographics Association.
12. James Davis, Steven R. Marschner, Matt Garr, and Marc Levoy. Filling holes in complex surfaces using volumetric diffusion. In *First International Symposium on 3D Data Processing, Visualization, and Transmission*, pages 428-438, 2002.
13. Chun-Yen Chen and Kuo-Young Cheng. A sharpness-dependent filter for recovering sharp features in repaired 3d mesh models. *Visualization and Computer Graphics, IEEE Transactions on*, 14(1):200-212, Jan.-Feb. 2008.
14. Black, M. J. and Rangarajan, A. 1996. On the unification of line processes, outlier rejection, and robust statistics with applications in early vision. *Int. J. Comput. Vision* 19, 1, Jul. 1996.
15. Schaback, R. "Creating surfaces from scattered data using radial basis functions". In M. Daehlen, T. Lyche, and L. L. Schumaker, editors, *Mathematical Methods in AGD III*. Vanderbilt Press, 1995.
16. McMahon and Franke, R. "Knot selection for least squares thin plate splines". *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, 13(2): pp 484-498. 1992.
17. Girosi, F. "Some extensions of radial basis functions and their applications in artificial intelligence". *Computers and Mathematics with Applications*, 24(12): pp 61-80. 1992.
18. Salkauskas, K. "Moving least squares interpolation with thin-plate splines and radial basis functions". *Computers and Mathematics with Applications*, 24(12): pp 177-185. 1992.
19. Beatson, R. K. "Fast solution of the radial basis function interpolation equations: Domain decomposition methods", *Proceedings of ACM SIGGRAPH*, 2005.
20. Farin, G., "Curves And Surfaces For Computer Aided Geometric Design". A Practical Guide. Academic Press, Inc. ISBN 0-12-249052-5, 1993.
21. Faux, I.D., Pratt, M.J., "Computational Geometry For Design And Manufacture", Ellis Horwood Ltd, Publishers. ISBN 0-85312-114-1, 1979.