

# Sistemas Fuzzy para Apoio à Decisão

Fábio José Justo dos Santos<sup>1,2</sup> e Heloisa de Arruda Camargo<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP)  
São João da Boa Vista, SP – Brasil

<sup>2</sup>Departamento de Computação – Universidade Federal de São Carlos (UFSCar)  
São Carlos, SP - Brasil  
{fabio\_santos, heloisa}@dc.ufscar.br

**Abstract.** One of the techniques used to support decisions in uncertain environments is the Fuzzy TOPSIS method. However, from crisp data, this method considers only one fuzzy set in their analysis, besides being a strictly mathematical optimization technique. This article proposes extensions to the original Fuzzy TOPSIS, exploring two distinct versions: to increase the method with the necessary resources for the mathematics process to consider the membership values of the input data in more than one fuzzy set fuzzy and to aggregate to method the empiric knowledge of an expert represented by means of fuzzy rules. In such case, the method Fuzzy F-TOPSIS (Fuzzy Flexible TOPSIS) is proposed with the objective of improving the Fuzzy TOPSIS ability to deal with uncertainty through the combination of the mathematical process involved in the original Fuzzy TOPSIS with the expert empirical knowledge. A case study is presented to validate the proposal.

**Keywords:** Fuzzy TOPSIS, Fuzzy Rule-Based Systems, Decision Support Systems, Multicriteria Decision Making

## 1 Introdução

Em problemas de otimização multicritério, um dos métodos que tem apresentado relativo crescimento no campo de pesquisa é o TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution). Proposto inicialmente por Hwang & Yoon [1] para tratar problemas com valores numéricos, atualmente a técnica possui diversas aplicações e contribuições para otimização e manipulação de dados imprecisos através do Fuzzy TOPSIS [2, 3, 4, 5].

O modelo Fuzzy TOPSIS, proposto em [4], permite que os valores e os pesos dos atributos sejam definidos usando números fuzzy em vez de números precisos. Entretanto, essa flexibilidade aplica-se apenas a definição desses valores e não ao processo de análise e recomendação da melhor alternativa, o qual é feito com base em técnicas de otimização convencionais. Além disso, o valor lingüístico considerado no processo é aquele correspondente ao conjunto fuzzy em que o valor numérico de entrada tem o grau de pertinência mais alto.

Desta forma, para aprimorar a habilidade de tratamento de imprecisão do Fuzzy TOPSIS é proposto o Fuzzy TOPSIS Flexível (Fuzzy F-TOPSIS), que tem como

principais contribuições a agregação dos Sistemas Baseados em Regras Fuzzy (SBRF) ao Fuzzy TOPSIS, e a proposta de um modelo matemático para levar em consideração mais de um conjunto fuzzy a partir de um valor numérico de entrada.

Na Seção 2 são abordados os conceitos básicos necessários sobre conjuntos fuzzy. O método Fuzzy TOPSIS é apresentado na seção 3. O método proposto neste trabalho, como uma extensão ao Fuzzy TOPSIS, é descrito na seção 4. Na Seção 5 um estudo de caso na área de CRM (Customer Relationship Management) é realizado aplicando os métodos descritos anteriormente e, ainda nesta seção, uma análise comparativa dos resultados obtidos é realizada. As conclusões são apresentadas na Seção 6.

## 2 Teoria dos conjuntos fuzzy

Os conjuntos fuzzy são representados por termos lingüísticos que compõem uma ou mais variáveis lingüísticas, ou seja, as variáveis lingüísticas possuem seus possíveis estados comportamentais dentro de um universo de domínio  $U$ , representados por estes termos lingüísticos.

Dado o conjunto universo  $U$ , um conjunto fuzzy  $A$  de  $U$  é definido por uma função de pertinência  $A \rightarrow [0, 1]$ , onde  $A(x), \forall x \in U$ , indica o grau de pertinência de  $x$  em  $A$  [6].

A representação dos conjuntos fuzzy pode ser feita de diversas formas como, por exemplo, a triangular, a trapezoidal ou a gaussiana. A situação em que o mesmo se insere é que definirá qual a melhor dentre as existentes. Neste artigo utilizaremos a representação através de conjuntos de forma triangular.

Um conjunto fuzzy triangular  $A$  tem sua função de pertinência definida pela Equação (1) e pode ser denotado pela tripla  $(a_1, a_2, a_3)$ .

$$A(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq a_1 \\ \frac{x - a_1}{a_2 - a_1}, & \text{se } x \in (a_1, a_2] \\ \frac{a_3 - x}{a_2 - a_3}, & \text{se } x \in (a_2, a_3) \\ 0, & \text{se } x \geq a_3 \end{cases} \quad (1)$$

Dados  $\tilde{A}$  e  $\tilde{B}$  dois conjuntos fuzzy triangulares definidos como  $(a_1, a_2, a_3)$  e  $(b_1, b_2, b_3)$  respectivamente, a operação de multiplicação destes conjuntos ocorre como segue:

$$\tilde{A}(\times)\tilde{B} = (a_1, a_2, a_3)(\times)(b_1, b_2, b_3) = (a_1 b_1, a_2 b_2, a_3 b_3) \quad (2)$$

De acordo com [7], a distância entre dois conjuntos fuzzy triangulares pode ser calculada pela Equação (3).

$$d(\tilde{A}, \tilde{B}) = \sqrt{\frac{1}{3}[(a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 + (a_3 - b_3)^2]} \quad (3)$$

Dados os conjuntos fuzzy  $\tilde{A}$ ,  $\tilde{B}$  e  $\tilde{C}$ , o conjunto  $\tilde{A}$  está mais próximo de  $\tilde{B}$  que o  $\tilde{C}$ , se e somente se,  $d(\tilde{A}, \tilde{B}) < d(\tilde{A}, \tilde{C})$ .

### 3 O Método Fuzzy TOPSIS

O problema multicritério de apoio à decisão com o uso de conjuntos fuzzy foi inicialmente abordado por Zadeh e Bellman em [8]. A essência desta classe de problemas consiste no tratamento de informações de forma a considerar diferentes atributos com diferentes pesos de influência no processo de análise. O peso destes atributos pode ser calculado utilizando técnicas como a AHP (Analytic Hierarchy Process) [9] e [10], a ANP (Analytic Network Process) [11] e [12] ou ainda de forma empírica.

O método TOPSIS baseia-se em um procedimento que, depois dos passos iniciais para o cálculo da matriz de decisão, encontra a Solução Ideal Positiva (PIS) e a Solução Ideal Negativa (NIS). A PIS tem como propósito maximizar os benefícios (atributos positivos) e minimizar os custos (atributos negativos), criando assim a chamada solução compromisso. Por outro lado, a NIS minimiza os benefícios e maximiza os custos de uma possível solução ao problema. Dentre as alternativas disponíveis, a que estiver mais próxima da PIS e mais distante da NIS será definida como a melhor solução.

No método Fuzzy TOPSIS um problema MCDM (Multi-Criteria Decision-Making) com  $m$  alternativas ( $A_1, A_2, A_3, \dots, A_m$ ) e  $n$  critérios ( $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$ ) pode ser expresso na forma de uma matriz de acordo com (4) e (5),

$$\tilde{D} = \begin{matrix} & C_1 & C_2 & C_3 & \dots & C_n \\ A_1 & \tilde{x}_{11} & \tilde{x}_{12} & \tilde{x}_{13} & \dots & \tilde{x}_{1n} \\ A_2 & \tilde{x}_{21} & \tilde{x}_{22} & \tilde{x}_{23} & \dots & \tilde{x}_{2n} \\ A_3 & \tilde{x}_{31} & \tilde{x}_{32} & \tilde{x}_{33} & \dots & \tilde{x}_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_n & \tilde{x}_{n1} & \tilde{x}_{n2} & \tilde{x}_{n3} & \dots & \tilde{x}_{nn} \end{matrix} \quad (4)$$

$$\tilde{W} = [\tilde{w}_1, \tilde{w}_2, \dots, \tilde{w}_n], \quad (5)$$

onde  $\tilde{x}_{ij}, i = 1, 2, \dots, m$ , e  $j = 1, 2, \dots, n$  são dados numéricos a respeito do problema e  $\tilde{w}_j, j = 1, 2, \dots, n$  é o grau de importância de cada um dos critérios  $C_1, C_2, \dots, C_n$  respectivamente.

Para a atribuição do grau de importância dos atributos de forma empírica será adotado o método descrito em [4], onde é apresentada uma escala de 1 (menos importante) à 5 (mais importante). A partir destes valores a Tabela 1 apresenta a equivalência entre os valores numéricos e os conjuntos fuzzy utilizados neste trabalho.

Com base na matriz de decisão (4) os dados são normalizados com a Equação (6) para os atributos que devem ser maximizados e com a Equação (7) para os atributos que devem ser minimizados.

**Tabela 1.** Equivalência dos conjuntos fuzzy e grau de importância dos atributos

Variável Linguística	Peso	Conjunto
Baixíssimo	1	(0.00, 0.00, 0.25)
Baixo	2	(0.00, 0.25, 0.50)
Médio	3	(0.25, 0.50, 0.75)
Alto	4	(0.50, 0.75, 1.00)
Altíssimo	5	(0.75, 1.00, 1.00)

Calculado o valor  $r_{ij}$  da matriz normalizada, este valor será fuzzificado e representado pelo conjunto fuzzy da Tabela 1 que possuir maior grau de pertinência. Definida a matriz fuzzy com os conjuntos  $\tilde{v}_{ij}$  e os pesos dos atributos  $\tilde{w}_i$  também em conjuntos fuzzy, é preciso calcular a matriz ponderada por meio da Equação (2), levando em consideração o grau de importância de cada um dos critérios apresentados e o conjunto fuzzy de  $r_{ij}$ . Calculada a matriz ponderada, a Fuzzy Positive Ideal Solution (FPIS,  $A^+$ ) que representa a solução compromisso e a Fuzzy Negative Ideal Solution (FNIS,  $A^-$ ) que representa a pior das soluções possíveis, podem ser definidas respectivamente como  $\tilde{v}_j^+ = (1, 1, 1)$  e  $\tilde{v}_j^- = (0, 0, 0)$ , para  $j = 1, 2, \dots, n$ .

$$r_{ij} = \frac{x_{ij} - \min\{x_{ij}\}}{[\max\{x_{ij}\} - \min\{x_{ij}\}]} \quad (6)$$

$$r_{ij} = \frac{\max\{x_{ij}\} - x_{ij}}{[\max\{x_{ij}\} - \min\{x_{ij}\}]} \quad (7)$$

A distância de cada uma das alternativas para a FPIS e para a FNIS é dada pelas Equações (8) e (9) respectivamente.

$$d_i^+ = \sum_{j=1}^n d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^+), i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

$$d_i^- = \sum_{j=1}^n d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^-), i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

Após o cálculo de distância dos conjuntos fuzzy da matriz para a FPIS e para a FNIS, o grau de similaridade de cada uma das alternativas com a FPIS é dado pela Equação (10).

$$CC_i = \frac{d_i^-}{d_i^+ + d_i^-} \quad (10)$$

O ranking de preferência das alternativas apresentará como melhor solução a alternativa que tiver o maior valor resultante da Equação (10), seguida pelas demais em ordem decrescente.

## 4 O método Fuzzy F-TOPSIS

Originalmente o método Fuzzy TOPSIS é uma técnica de otimização que usa variáveis lingüísticas para avaliar a importância de atributos e os valores das alternativas com relação aos atributos. Com o objetivo de aprimorar a habilidade de tratamento de imprecisão, neste artigo é proposta a adição de um atributo ( $C_{n+1}$ ) ao Fuzzy TOPSIS que represente o resultado da avaliação de um SBRF. O principal objetivo desta alteração é agregar os recursos dos sistemas baseados em regras fuzzy às técnicas de otimização como, por exemplo, o Fuzzy TOPSIS de forma a permitir uma análise onde o conhecimento empírico do especialista, representado através de regras fuzzy, também seja levado em consideração nos processos de tomada de decisão e de otimização e não somente na representação dos valores a serem tratados pelo método.

Esta seção do artigo também traz como contribuição a proposta de consideração dos dois conjuntos fuzzy de pertinência do valor  $r_{ij}$ . Para isso duas matrizes de decisão fuzzy serão montadas sendo a primeira  $V_1$ , com os conjuntos fuzzy de maior pertinência para cada um dos  $r_{ij}$  e a segunda,  $V_2$ , com os conjuntos fuzzy de menor pertinência para os mesmos  $r_{ij}$ .

O cálculo da distância dos conjuntos  $\tilde{v}_{ij}$  nas matrizes  $V_1$  e  $V_2$  para a FPIS e para FNIS deverá levar em consideração o nível de influência ( $IL_{\tilde{v}_{ij}}$ ) de  $r_{ij}$  em cada um dos conjuntos fuzzy que possui pertinência. No conjunto em que possui maior pertinência, o cálculo de  $IL_{\tilde{v}_{ij}}$  será realizado pela Equação (11) e no conjunto de menor pertinência pela Equação (12). Caso  $IL_{\tilde{v}_{1ij}} = 1$ , então  $IL_{\tilde{v}_{2ij}} = 0$ .

$$IL_{\tilde{v}_{1ij}} = \frac{\mu_{\tilde{v}_{1ij}}(r_{ij})}{\mu_{\tilde{v}_{1ij}}(r_{ij}) + \mu_{\tilde{v}_{2ij}}(r_{ij})} \quad (11)$$

$$IL_{\tilde{v}_{2ij}} = \frac{\mu_{\tilde{v}_{2ij}}(r_{ij})}{\mu_{\tilde{v}_{1ij}}(r_{ij}) + \mu_{\tilde{v}_{2ij}}(r_{ij})} \quad (12)$$

Desta forma os cálculos das distâncias de  $v_{ij}$  para as FPIS e para FNIS, levando em consideração o nível de influência do conjunto  $v_{ij}$  na matriz  $V_n$ , são definidos como segue:

$$d_i^+ = \sum_{j=1}^n d(\tilde{v}_{1ij}, \tilde{v}_j^+) \times IL_{\tilde{v}_{1ij}} + \sum_{j=1}^n d(\tilde{v}_{2ij}, \tilde{v}_j^+) \times IL_{\tilde{v}_{2ij}} \quad (13)$$

$$d_i^- = \sum_{j=1}^n d(\tilde{v}_{1ij}, \tilde{v}_j^-) \times IL_{\tilde{v}_{1ij}} + \sum_{j=1}^n d(\tilde{v}_{2ij}, \tilde{v}_j^-) \times IL_{\tilde{v}_{2ij}} \quad (14)$$

Como apresentado nas Equações (13) e (14), o grau de similaridade entre as alternativas  $A_i$  e a FPIS levará em consideração a distância dos conjuntos  $\tilde{v}_{ij}$  em  $V_1$  e  $V_2$  para a FPIS e para a FNIS.

Da mesma forma que no Fuzzy TOPSIS as alternativas são apresentadas em ordem decrescente, sendo a de maior valor resultante da Equação (10) representante da melhor alternativa.

## 5 Estudo de caso

Para validação do método aqui descrito foi realizado um estudo com foco em sistemas CRM (Customer Relationship Management) em uma empresa de transporte. O problema consiste em definir qual o melhor cliente da empresa levando-se em consideração os atributos Faturamento em Reais ( $C_1$ ), histórico de Inadimplência em porcentagem de boletos atrasados há mais de 30 dias ( $C_2$ ), histórico de Regularidade em porcentagem de boletos pagos até a data de vencimento ( $C_3$ ), Peso total transportado ( $C_4$ ), quantidade de Nota Fiscal ( $C_5$ ) e quantidade de CTCRC (Conhecimento de Transporte Rodoviário de Cargas) ( $C_6$ ). Exceto os atributos  $C_2$  e  $C_3$ , os demais valores levam em consideração a movimentação num período de 30 dias. As variáveis  $C_1$ ,  $C_3$  e  $C_5$  são denominadas positivas, ou seja, devem ser maximizadas. As variáveis  $C_2$ ,  $C_4$  e  $C_6$  representam custo e devem ser minimizadas. Os clientes são representados por  $A_n$ . A matriz de decisão é apresentada na sequência.

**Tabela 2.** Matriz de decisão

$N^e$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$
$A_1$	200.000,00	15	79	100	5	85
$A_2$	150.000,00	0	97	70	3	89
$A_3$	87.000,00	2	77	23	7	75
$A_4$	218.000,00	23	60	89	12	100
$A_5$	90.000,00	8	34	34	9	90
$A_6$	76.000,00	10	65	50	5	54
$A_7$	55.000,00	4	84	39	2	76
$A_8$	126.000,00	0	100	61	14	120
$A_9$	142.000,00	3	43	70	12	160
$A_{10}$	69.000,00	2	71	44	8	87

Foram utilizados três métodos diferentes para a solução do problema apresentado. O primeiro foi utilizando SBRF. No segundo método foram aplicados os conceitos do Fuzzy TOPSIS e, por fim, o Fuzzy F-TOPSIS. Os resultados apresentados por estes métodos são apresentados na sequência.

### 5.1 Sistemas Baseados em Regras Fuzzy

Os SBRF possuem quatro módulos principais: um processador de entrada (fuzzificador), uma base de conhecimento, o motor de inferência (raciocínio fuzzy) e um processador da saída (defuzzificador) [13].

As regras existentes na BR podem ser definidas empiricamente ou através de uma ferramenta para geração automática de regras a partir dos dados existentes.

Os dados a serem analisados pelo SBRF, apresentados na da Tabela 2, foram normalizados utilizando a Equação (6). Especificamente para SBRF, a Equação (7) não pode ser utilizada para normalizar os atributos  $C_2$ ,  $C_4$  e  $C_6$  que representam custo e devem ser minimizados, pois, no Fuzzy TOPSIS os melhores valores (maior valor para atributos positivos e menor para negativos) possuem entrada 1 dentro do domínio  $[0,1]$  de uma variável, o que, em custo para SBRF, representa o pior valor possível de acordo com a Tabela 1.

Dentro da proposta, o consequente das regras representa a classificação do cliente com um grau de importância de 1 à 5. Quanto mais próximo de 1 o resultado defuzzificado, melhor sua classificação.

As regras existentes na BR bem como os conjuntos fuzzy definidos para as variáveis foram definidos pelo especialista. Em razão da grande quantidade de regras possíveis, a BR foi definida com base na amostra dos dados analisados. Desta forma para o problema apresentado na Tabela 2, 135 regras foram definidas empiricamente pelo especialista. O método de inferência utilizado foi Mamdani [14] com a defuzzificação realizada através do Centro de Área.

Como resultado, o SBRF classificou os clientes na sequência  $A_5 > A_6 > A_2 > A_1 > A_7 > A_8 > A_{10} > A_4 > A_3 > A_9$ . Desta forma, segundo a BR e as definições das variáveis fuzzy definidas pelo especialista, o melhor cliente é o Cliente 5 e o pior cliente é o Cliente 9. Os resultados da inferência para todos os casos podem ser obtidos na Tabela 4.

## 5.2 Fuzzy TOPSIS

Para trabalhar com os dados no Fuzzy TOPSIS é preciso normalizá-los por intermédio das Equações (6) e (7) como descrito na seção 3. A atribuição dos pesos feita aos atributos tem como objetivo dar maior importância ao Faturamento ( $C_1$ ), sendo atribuído a ele peso 2 (Baixo) e aos demais peso 1 (Baixíssimo). O processo de fuzzificação dos dados é realizado com base na função de pertinência apresentada na Equação (1) associada aos dados da Tabela 1, sendo o conjunto fuzzy resultante o que apresentar maior grau de pertinência para  $r_{ij}$ . O peso dos atributos utiliza a equivalência apresentada nesta mesma tabela.

A matriz ponderada que leva em consideração os conjuntos fuzzy dos atributos com seus respectivos pesos é definida pela Equação (2). Com os dados da matriz fuzzy ponderada, a distância de cada um dos clientes  $A_n$  para a FPIS e para a FNIS pode ser calculada pelas Equações (8) e (9) respectivamente. O grau de similaridade de  $A_n$  com a FPIS é definido pela Equação (10).

Como resultado, o Fuzzy TOPSIS classificou os clientes na sequência  $A_6 > A_2 > A_5 > A_1 > A_3 > A_7 > A_8 > A_4 > A_{10} > A_9$ . Desta forma, segundo o método Fuzzy TOPSIS, o melhor cliente é o Cliente 6 e o pior cliente é o Cliente 9. A Tabela 4 apresenta os resultados obtidos pelo método Fuzzy TOPSIS para todos os casos.

## 5.3 Fuzzy F-TOPSIS

Para solucionar o problema proposto através do Fuzzy F-TOPSIS são geradas duas matrizes fuzzy de decisão, além de ser adicionado o atributo  $C_{n+1}$  com os dados

inferidos a partir da BR e dos conjuntos fuzzy definidos pelo especialista. Com isso espera-se aprimorar a habilidade de tratamento de imprecisão do Fuzzy TOPSIS por meio da combinação do processo matemático envolvido no método original com o conhecimento empírico de um especialista no processo de tomada de decisão. Assim, a nova matriz de decisão é apresentada na Tabela 3.

**Tabela 3.** Matriz de decisão com atributo qualitativo  $C_{n+1}$

$N^o$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$	$C_7$
$A_1$	200.000,00	15	79	100	5	85	0,464
$A_2$	150.000,00	0	97	70	3	89	0,5649
$A_3$	87.000,00	2	77	23	7	75	0,347
$A_4$	218.000,00	23	60	89	12	100	0,3609
$A_5$	90.000,00	8	34	34	9	90	0,6147
$A_6$	76.000,00	10	65	50	5	54	0,571
$A_7$	55.000,00	4	84	39	2	76	0,4128
$A_8$	126.000,00	0	100	61	14	120	0,4115
$A_9$	142.000,00	3	43	70	12	160	0,25
$A_{10}$	69.000,00	2	71	44	8	87	0,375

Por se tratar de um atributo que deve ser maximizado,  $C_7$  deve ser normalizado pela Equação (6). A partir dos valores normalizados serão geradas duas matrizes. A primeira matriz  $V_1$  será gerada utilizando o mesmo processo de fuzzificação do Fuzzy TOPSIS original, entretanto, a matriz  $V_2$  será formada pelos conjuntos fuzzy de menor pertinência em relação à  $r_{ij}$ .

De acordo com a Tabela 1, para permitir que o atributo  $C_{n+1}$  tenha maior grau de importância em relação aos demais, basta atribuir um peso maior a ele do que aos demais atributos. O inverso também é válido. Visando dar maior importância ao atributo  $C_7$ , seu peso será 5 (Altíssimo). Os demais atributos continuam com os pesos atribuídos na seção 5.2.

Assim como no Fuzzy TOPSIS apresentado na seção 3, também é necessário realizar o cálculo da matriz ponderada para  $V_1$  e  $V_2$  com a Equação (2). No Fuzzy F-TOPSIS, o cálculo para determinar a distância de  $A_n$  para as FPIS e FNIS é realizado utilizando as Equações (13) e (14) respectivamente. O conjunto  $\tilde{v}_{1ij}$  da matriz  $V_1$  tem seu nível de influência ( $IL_{\tilde{v}_{1ij}}$ ) definido pela Equação (11) e o conjunto  $\tilde{v}_{2ij}$  da matriz  $V_2$  tem seu nível de influência ( $IL_{\tilde{v}_{2ij}}$ ) definido pela Equação (12).

Após a execução dos passos descritos, levando-se em consideração o atributo  $C_7$  e os dois conjuntos fuzzy de pertinência da matriz normalizada, a classificação  $A_2 > A_6 > A_1 > A_5 > A_3 > A_{10} > A_7 > A_8 > A_4 > A_9$  foi obtida através do método Fuzzy F-TOPSIS. Desta forma, segundo o método, o melhor cliente dentre os analisados é o Cliente 2 e o pior cliente é o Cliente 9. A classificação completa é apresentada na Tabela 4.

#### 5.4 Análise dos resultados

Após três análises diferentes dos dados apresentados na Tabela 2, os resultados obtidos são comparados na Tabela 4.

Através da análise dos resultados finais podemos notar uma semelhança nos resultados de diferentes métodos. Embora todos os métodos tenham classificado o Cliente 2 entre os três primeiros, vale ressaltar o resultado do Fuzzy F-TOPSIS. Neste método o Cliente 2 aparece à frente do Cliente 6. Este resultado deve-se a dois fatores. O primeiro é a característica comum das regras existentes na BR definida pelo especialista, que tende a dar melhor classificação aos clientes que possuem maior faturamento. O segundo fator é o peso atribuído aos critérios  $C_1$  e  $C_7$  que no estudo de caso realizado pelo método Fuzzy F-TOPSIS, estes critérios possuem maior grau de importância que os outros.

**Tabela 4.** Tabela comparativa dos resultados da análise dos dados

Método					
SBRF		Fuzzy TOPSIS		Fuzzy F-TOPSIS	
Cliente	Resultado	Cliente	Resultado	Cliente	Resultado
Cliente 5	0,6147	Cliente 6	0,149386	Cliente 2	0,175354
Cliente 6	0,571	Cliente 2	0,142781	Cliente 6	0,172316
Cliente 2	0,5649	Cliente 5	0,141274	Cliente 1	0,152549
Cliente 1	0,464	Cliente 1	0,135986	Cliente 5	0,134499
Cliente 7	0,4128	Cliente 3	0,130883	Cliente 3	0,130118
Cliente 8	0,4115	Cliente 7	0,124525	Cliente 10	0,128615
Cliente 10	0,375	Cliente 8	0,121587	Cliente 7	0,126926
Cliente 4	0,3609	Cliente 4	0,114595	Cliente 8	0,117385
Cliente 3	0,347	Cliente 10	0,113870	Cliente 4	0,117108
Cliente 9	0,25	Cliente 9	0,105378	Cliente 9	0,100299

Nos demais resultados percebe-se certa coerência nas análises dos métodos. Por exemplo, em todos os métodos o Cliente 9 foi classificado como o pior cliente e, com poucas exceções, os clientes que aparecerem na primeira ou na segunda metade do ranking são os mesmos nos resultados de todos os métodos.

## 6 Conclusões

Os processos de tomada de decisão podem se beneficiar da combinação de conhecimentos teóricos e empíricos e de métodos que permitem o tratamento da imprecisão, não só na representação dos dados, mas também no momento de tomada de decisão. Esta pesquisa apresenta o método Fuzzy F-TOPSIS com o propósito de explorar as possibilidades de flexibilização do método Fuzzy TOPSIS a fim de atender esta necessidade, mesclando essa técnica de otimização já conhecida na literatura com os SBRF. Desta forma, com os resultados apresentados neste artigo, além de atender as expectativas iniciais, fica evidente a viabilidade de uso do método em diversas áreas de apoio à decisão que traz, entre outras vantagens, a possibilidade de incorporar, ao processo de decisão o conhecimento de especialistas, com pesos variados, que podem ser expressos mais adequadamente no formato de regras. Como

trabalhos futuros podemos citar a realização de experimentos adicionais em outros domínios do conhecimento e com bases de dados maiores, além da investigação de técnicas automáticas para geração do SBRF a partir de conjuntos de dados.

## Referências

1. Hwang C.L. & Yoon K.: *Multiple Attribute Decision Making: Methods and Application*, Springer, New York (1981).
2. Yang, T. & Chou P.: Solving a multi-response simulation–optimization problem with discrete variables using a multiple-attribute decision-making method. *Math Comput Simulat* 68, 9–21, (2005).
3. Yoon, K. & Hwang, C.: *Multiple attribute decision making*. Thousand Oaks, CA, Sage Publication, (1995).
4. Yang, T. & Hung, C.: Multiple-attribute decision making methods for plant layout design problem. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 23, 126–137, (2005).
5. Salehi, M. & Tavakkoli-Moghaddam, R.: Project Selection by Using a Fuzzy TOPSIS Technique. *International Journal of Computer, Information, and Systems Science, and Engineering* 2;2, Spring, 99-104, (2008).
6. Pedrycz, W. & Gomide, F.: *An introduction to fuzzy sets: analysis and design*, MIT Press, (1998).
7. Chen, C. T.: Extensions of the TOPSIS for group decision-making under fuzzy environment. *Fuzzy Sets and Systems*, 114, 1–9, (2000).
8. Bellman, R. E., & Zadeh, L. A.: Decision-making in a fuzzy environment management. *Science*, 17(4), 141–164, (1970).
9. Saaty, T.L.: *The Analytic Hierarchy Process*, McGraw–Hill New York, (1980).
10. Babic, Z. & Plazibat N.: Ranking of enterprises based on multicriteria analysis, *International Journal of Production Economics*, 56–57, 29–35, (1998).
11. Saaty, T.L.: *Decision Making with Dependence and Feedback: The Analytic Network Process*, Pittsburgh, RWS Publications, (1996).
12. Sarkis, J. & Talluri, S.: A model for strategic supplier selection. In: Leenders, M. (Ed.), *Proceedings of the 9th international IPSERA Conference*. Richard Ivey Business School, London, Ontario, 652 – 661, (2000).
13. Klir, G. J. & Yuan, B.: *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: theory and applications*, Prentice-Hall, (1995).
14. Mamdani, E. H.: Applications of fuzzy algorithm for control of simple dynamic plant, *Proceeding of the IEEE*, v. 121, 1585-1588, (1974).