

Algoritmos de Estimación de Distribuciones y su Aplicación al Diseño de Redes de Instrumentación de Procesos

Mercedes Carnero ¹, José Hernández ¹, Mabel Sánchez²

¹Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Río Cuarto
Campus Universitario, (5800) Río Cuarto, Argentina
{[mcarnero](mailto:mcarnero@ing.unrc.edu.ar), [jlh](mailto:jlh@ing.unrc.edu.ar)}@ing.unrc.edu.ar

²Planta Piloto de Ingeniería Química (UNS- CONICET)
Camino La Carrindanga Km 7, (8000) Bahía Blanca, Argentina
msanchez@plapiqui.edu.ar

Abstract. La localización óptima de sensores comprende determinar para cada variable de proceso si será medida, y en tal caso, indicar cuántos sensores la medirán y cuáles son sus características (costo, precisión, probabilidad de falla), a la vez que se satisfacen criterios económicos y requerimientos específicos sobre las estimaciones de las variables claves. En este trabajo se presenta una metodología de resolución basada en algoritmos de estimación de distribuciones. Estos constituyen un conjunto de métodos englobados dentro del paradigma de computación evolutiva, que sustituyen los operadores clásicos de cruzamiento y mutación, por una estimación de la distribución de probabilidades subyacente de la población de soluciones potenciales y un posterior muestreo de la misma. El desempeño de la nueva estrategia es evaluado comparando los resultados obtenidos con aquellos arrojados por otras técnicas evolutivas existentes, sobre el diseño de una red de sensores correspondiente al sistema de vapor de una planta de producción de metanol.

Palabras clave: redes de sensores, algoritmos evolutivos, optimización

1 Introducción

En respuesta a los desafíos comerciales experimentados por la industria de procesos, hoy en día resulta frecuente encontrar aplicaciones de optimización en línea, control estadístico de procesos, sistemas de diagnóstico de fallas, y tareas de mantenimiento predictivo y basado en la confiabilidad. Resulta evidente que la disponibilidad de información del proceso es indispensable para la ejecución de todas estas actividades. El grado de desarrollo alcanzado por los sistemas de monitoreo en línea y almacenamiento de datos permitieron disponer de un gran volumen de información de las plantas químicas. Por otra parte, la calidad del conocimiento adquirido, en lo relativo a su exactitud y precisión, mejoró gracias a la aplicación de procedimientos de Reconciliación de Datos.

En vista de los beneficios conseguidos con la utilización de información más exacta y precisa del proceso, tanto en el plano económico como en el de la seguridad y medio ambiente, es necesario dirigir ahora la atención hacia el origen de la información, es decir, el conjunto de instrumentos instalados en la planta.

El planeamiento de un Sistema de Instrumentación es una tarea compleja de múltiples niveles, que comprende la definición de los objetivos globales, la selección de las variables medidas y la especificación de los detalles de implementación, tales como el intervalo entre mediciones, el método de toma de muestra, la interfase con el operador, etc. La información disponible del proceso depende esencialmente de la selección realizada en el segundo nivel, pues el grado de estimabilidad de las variables es función de la topología de la planta y de las observaciones realizadas.

La selección del subconjunto de variables medidas, o Diseño de la Red de Sensores, se realiza durante la preparación del Diagrama de Proceso e Instrumentación. Es práctica común basar la decisión en la experiencia previa con plantas similares y en reglas empíricas, ya que no existen paquetes de cómputo que ayuden al diseñador en esta tarea. En consecuencia la disponibilidad de estrategias para efectuar la selección óptima de sensores resulta de sumo interés, ya que permitirá efectuar, en forma eficiente y automática, el diseño y/o actualización de Sistemas de Instrumentación. De esta manera se conseguirá una asignación óptima de los recursos económicos, que asegure la disponibilidad de la información requerida del proceso y niveles de seguridad aceptables.

La operación de una planta química puede representarse a través de un modelo matemático o conjunto de ecuaciones que relaciona las variables involucradas en el proceso. Dentro de estas últimas se distinguen dos subconjuntos: a) variables requeridas, o variables cuyo valor debe ser estimable; b) variables no requeridas. El diseño de la red de sensores de una planta química con fines de monitoreo consiste en determinar para cada variable de proceso si será medida, y en tal caso, indicar cuántos sensores la medirán y cuáles son sus características (por ejemplo: costo, precisión, probabilidad de falla, etc.). El diseño debe garantizar la estimabilidad de las variables requeridas. A fin de obtener una distribución óptima de sensores, con respecto a algún criterio específico, se define el Diseño Óptimo de la Red de Sensores como un problema de optimización, cuya formulación general es la siguiente:

$$\begin{aligned} & \text{Min/Max } \mathbf{f}(\mathbf{q}) \\ & \text{st.} \\ & \mathbf{g}(\mathbf{q}) \leq \mathbf{g}^* \end{aligned} \quad (1)$$

siendo \mathbf{q} un vector de variables binarias tal que: $q_i = 1$, si la variable i se mide, $q_i = 0$ en caso contrario.

Los criterios de desempeño, $\mathbf{f}(\mathbf{q})$, pueden ser diversos, por ejemplo: de tipo económico, relacionados con la precisión de las estimaciones de las variables requeridas, o con la confiabilidad del sistema, etc. En cuanto al conjunto de las restricciones, $\mathbf{g}(\mathbf{q})$, el diseño debe garantizar la estimabilidad de las variables requeridas, como así también las condiciones impuestas, por ejemplo, sobre su precisión, confiabilidad o disponibilidad.

Cualquiera sea la función objetivo y restricciones del problema (1), éste resulta un problema de optimización combinatorial con un número elevado de variables binarias.

La solución de este tipo de problemas se ha abordado usando métodos de optimización determinísticos y estocásticos.

El diseño de una red de caudalímetros de mínimo costo de adquisición, que asegure la estimabilidad de todos los flujos másicos del proceso, conociendo las relaciones funcionales dadas por los balances de masa, puede resolverse utilizando un algoritmo determinístico llamado goloso (algoritmo greedy) que garantiza la obtención del óptimo global en tiempo polinomial [1], [2].

No se han reportado métodos determinísticos con las características previamente enunciadas para la resolución de formulaciones de diseño más complejas. Los algoritmos exactos existentes son eficientes solamente para resolver casos específicos de tamaño pequeño o mediano [3], [4]. En este contexto los métodos de optimización que utilizan metaheurísticas aparecen como una alternativa para abordar el diseño de redes de gran escala cuando se consideran funciones de desempeño y restricciones complejas, [5], [6] y [7].

En este trabajo se propone desarrollar e implementar una heurística de resolución basada en algoritmos de estimación de distribuciones, para el diseño óptimo de una red de sensores cuando se desea encontrar la topología de mínimo costo sujeto a restricciones de estimabilidad y precisión sobre un conjunto específico de variables de proceso. Estas heurísticas constituyen un conjunto de métodos englobados dentro del paradigma de computación evolutiva, que sustituyen los operadores clásicos de cruzamiento y mutación, por una estimación de la distribución de probabilidades subyacente de la población de soluciones potenciales y un posterior muestreo de la misma, [8]. Al igual que los algoritmos evolutivos su principal desventaja reside en que dada su naturaleza estocástica no ofrecen ninguna garantía de convergencia para una corrida dada, y además el costo computacional puede ser elevado; aunque esta última característica se supera sustancialmente incorporando conocimiento específico del problema a resolver mediante la hibridización con otras heurísticas tales como la búsqueda local, [9].

2 Objetivos

El diseño de una red de sensores de mínimo costo de adquisición (CT) que satisfice las restricciones de estimabilidad y precisión sobre un determinado conjunto de variables claves se formula como sigue:

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & CT = \sum_{i=1}^n c_i q_i \\
 \text{s.t.} \quad & \hat{\sigma}_j(\mathbf{q}) \leq \sigma_j^*(\mathbf{q}) \quad \forall j \in S_j \\
 & E_k(\mathbf{q}) \geq 1 \quad \forall k \in S_k
 \end{aligned} \tag{2}$$

siendo: c_i el costo del caudalímetro disponible para medir el flujo i ; E_k representa el Grado de Estimabilidad de la variable k y $\hat{\sigma}_j$ indica el Desvío Estándar de la

Estimación de la variable j obtenida después de aplicar un procedimiento de Reconciliación de Datos, [10]. Las restricciones de estimabilidad y precisión se imponen sobre los flujos pertenecientes a los subconjuntos S_K y S_P , siendo S_P un subconjunto de S_K .

La motivación de este trabajo es determinar el alcance de los algoritmos de estimación de distribuciones para resolver el problema (2) y comparar los resultados obtenidos con el método estocástico ad-hoc basado en Algoritmos Genéticos desarrollado por Carnero *et al.*, [6].

3 Metodología

3.1 Algoritmos de estimación de distribuciones

Los algoritmos evolutivos (AE) son procedimientos estocásticos que mantienen una población de individuos $P(t) = \{\mathbf{q}_1^t, \dots, \mathbf{q}_N^t\}$ para cada iteración t . Cada individuo constituye una solución potencial del problema a tratar, la cual se representa mediante una estructura de datos \mathbf{q} . La solución \mathbf{q}_i^t se evalúa utilizando una medida de su aptitud o función de fitness. Luego se forma una nueva población (iteración $t+1$) seleccionando los mejores individuos de $P(t)$. Algunos miembros de la nueva población sufren transformaciones unarias \mathbf{m}_i (mutación), que crean un nuevo individuo a partir de sí mismo ($\mathbf{m}_i : \mathbf{q} \rightarrow \mathbf{q}$) y transformaciones de orden más alto \mathbf{c}_j (tipo cruzamiento) que crean nuevos individuos combinando partes de algunos (dos o más) individuos ($\mathbf{c}_j : \mathbf{q}_1 \times \mathbf{q}_2 \dots \times \mathbf{q}_k \rightarrow \mathbf{q}$). El algoritmo se ejecuta un cierto número de generaciones ó hasta que se satisface algún criterio de detención. El mejor individuo se considera una solución del problema cercana a la óptima.

Los algoritmos de estimación de distribuciones (AED) son heurísticas que comparten características de los algoritmos evolutivos pero donde las soluciones potenciales al problema que conforman la población son consideradas como realizaciones de una variable aleatoria multidimensional, cuya distribución conjunta de probabilidades puede ser estimada y actualizada a través de diferentes mecanismos.

En este contexto, una propuesta de medición $\mathbf{q} = (q_1, q_2, \dots, q_n)$ puede ser considerada como el valor asumido por un vector aleatorio n -dimensional $\mathbf{Q} = (\mathbf{Q}_1, \dots, \mathbf{Q}_n)$, donde cada \mathbf{Q}_i puede asumir sólo dos valores: 0 o 1. Asociado con \mathbf{Q} se tiene la función de distribución de probabilidades conjunta $f(\mathbf{Q}_1, \dots, \mathbf{Q}_n)$ y con cada variable aleatoria unidimensional \mathbf{Q}_i su función de distribución marginal, esto es $P(\mathbf{Q}_i = q_i) = p_i$

Por lo tanto, cada población de individuos en la iteración t , constituye una muestra aleatoria de tamaño N de la variable aleatoria \mathbf{Q} .

A diferencia del AE, donde los operadores específicos utilizan la información de los individuos de la población para guiar la búsqueda, en un AED se lleva a cabo el proceso de optimización a través de la construcción y evolución de un modelo probabilístico del espacio de soluciones. Esto es, las soluciones potenciales son evaluadas a través de la función objetivo y, realizando un proceso de selección de la o

las mejores, se utiliza la información obtenida para actualizar el vector de probabilidades a partir del cual se muestrea la siguiente población.

En este trabajo se utiliza una metodología propuesta inicialmente por Baluja, [11], que introduce el concepto de aprendizaje competitivo, típico de las redes neuronales, para guiar el proceso de búsqueda. Se supone que las variables aleatorias son independientes y por lo tanto la distribución conjunta es el producto de las distribuciones marginales respectivas. La distribución conjunta es actualizada teniendo en cuenta la estructura de las mejores soluciones encontradas hasta el momento. Si bien esto constituye un modelo simplificado de las interrelaciones entre las variables del problema, este enfoque ha resultado exitoso para la resolución de problemas combinatorios complejos tales como el problema de asignación de canales en redes celulares, problemas de planificación de tareas, etc, [12] y [13].

El algoritmo básico puede ser descrito de la siguiente forma:

Pseudocódigo para un algoritmo básico de estimación de distribuciones

```

Inicializar el vector de probabilidades P

Mientras (criterio de detención = .FALSO.)

    Generar N individuos muestreando acorde con P

    Evaluar la función Objetivo para la población
    generada

    Encontrar la mejor muestra

    Actualizar el vector de probabilidades P a partir de
    la mejor muestra y la tasa de aprendizaje LR

    Mutar el vector de probabilidades acorde con una
    probabilidad PMUTA y con un "monto" de mutación MS

FinMientras
  
```

3.2 Método estocástico basado en Algoritmos de Estimación de Distribuciones

En la implementación de la metodología propuesta se han mantenido ciertas características distintivas del procedimiento utilizado con un AE, cuyos detalles pueden verse en Carnero *et al.* [6], esto con el objetivo de poder comparar las soluciones obtenidas por ambos métodos. Las mismas se detallan a continuación:

1. Generación de una población inicial que satisfaga la condición de estimabilidad de las variables requeridas.
2. La población inicial es utilizada para estimar las distribuciones marginales correspondientes a la primera iteración.

Cada variable aleatoria unidimensional Q_i , tiene una distribución Bernoulli, con parámetro p_i con $i=1, \dots, n$. El estimador de máxima verosimilitud, es la media muestral, por lo tanto:

$$p_i = \frac{1}{N} \sum_1^N q_i \quad (3)$$

3. Uso de la función de fitness, F , propuesta por Deb, [14], que considera la violación de las restricciones de la siguiente manera:

$$F = \begin{cases} \sum_{i=1}^n c_i q_i & \text{si } \mathbf{q} \text{ es factible} \\ CT_{max} + Q(\mathbf{q}) & \text{si } \mathbf{q} \text{ no es factible} \end{cases} \quad (4)$$

Siendo

$$Q(\mathbf{q}) = \begin{cases} (CT_{max} - \sum_{i=1}^n c_i q_i) \left(\frac{ncu}{nr} \right) & \text{si } \mathbf{q} \text{ no satisface restricciones de } S_K \\ \sum_{i=1}^n c_i q_i \left(\frac{1}{R} \sum_{r=1}^R \frac{\sigma_r - \sigma_r^*}{\sigma_r} \right) & \text{si } \mathbf{q} \text{ satisface restricciones de } S_K \text{ pero no de } S_J \end{cases} \quad (5)$$

CT_{max} es el costo de medir todas las variables, R y ncs representan el número de variables en S_J y S_K , respectivamente, cuyas restricciones no se satisfacen y, nr es el número de variables pertenecientes al conjunto S_K .

4. Ejecución de un procedimiento de búsqueda local luego de la actualización de la población. Se selecciona una porción de la población que cumple la condición de estimabilidad de las variables requeridas y tiene los mejores valores de F . Para cada miembro de este grupo, el algoritmo busca un nuevo individuo tal que F disminuya por eliminación de una variable medida o por intercambio de una variable medida por una no medida manteniendo la estimabilidad de las variables requeridas. Si la búsqueda es exitosa, la solución actual es reemplazada por la nueva. La búsqueda local se efectúa utilizando las fórmulas derivadas para la clasificación de variables de proceso en sistemas lineales, [15].
5. Actualización del vector de probabilidades: en este punto la idea central es que el algoritmo pueda "aprender" de las mejores soluciones encontradas hasta el momento. Esto puede ser realizado mediante la implementación de un operador de selección, que genere una muestra de las mejores soluciones y estime nuevamente en dicho conjunto la distribución de probabilidades s_i para cada variable involucrada. Esta información es utilizada junto con la tasa o velocidad de aprendizaje, LS , para actualizar la distribución de probabilidades según:

$$p_i = p_i \cdot (1 - LR) + s_i \cdot LR \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

El conjunto de selección puede contener como caso extremo, un único elemento, esto es la mejor solución encontrada hasta el momento. El valor del parámetro *LS*, juega un rol preponderante en la convergencia del método: valores muy altos introducen un fuerte sesgo hacia cierto tipo de estructura en las soluciones generadas, de manera tal que el algoritmo no alcanza a explorar otras regiones del espacio de búsqueda y converge prematuramente.

6. Con el objetivo de introducir diversidad en el proceso de búsqueda se realiza una mutación sobre el vector de probabilidades de acuerdo a:

$$p_i = p_i \cdot (1 - MS) + RAND(0 \text{ o } 1) \cdot MS \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

Donde *MS* es el monto de la mutación.

4 Resultados

El procedimiento descrito anteriormente fué aplicado a la resolución de un problema de diseño de redes de instrumentación del sistema de vapor de una planta de producción de metanol. El diagrama de flujo empleado consta de 11 unidades interconectadas por 28 corrientes y se esquematiza en la Figura 1. En la Tabla 1 se muestran los valores verdaderos de los caudales máxicos, C^m_i , para cada corriente del proceso expresados en tn/h, el desvío estándar del error de la medición y el costo de cada instrumento de medición disponible para medir el correspondiente caudal. Esta información se extrajo del trabajo de Sen y co. (1998).

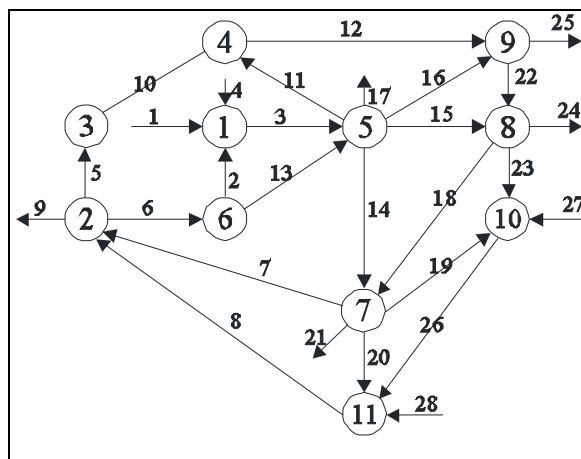


Fig. 1. Diagrama de Flujo del Sistema de Vapor

Tabla 1. Datos para el sistema de vapor de una planta de producción de metanol

Corriente	C_i^m	σ_i	c_i
1	0.86	0.0215	3.7
2	1.	0.025	4.5
3	111.82	2.8	132.2
4	109.95	2.749	129.2
5	53.27	1.332	65.3
6	112.27	2.807	132.4
7	2.32	0.058	5.0
8	164.05	4.101	193.9
9	0.86	0.0215	2.06
10	52.41	1.31	62.8
11	14.86	0.3715	20.2
12	67.27	1.682	80.0
13	111.27	2.782	130.4
14	91.86	2.296	109.8
15	60.	1.5	71.6
16	23.64	0.591	29.7
17	32.73	0.8182	39.5
18	16.23	0.4057	20.4
19	7.95	0.1987	11.1
20	10.5	0.2625	13.6
21	87.27	2.182	102.9
22	5.45	0.1362	8.1
23	2.59	0.0648	6.3
24	46.64	1.166	55.5
25	85.45	2.136	101.0
26	81.32	2.033	93.7
27	70.77	1.769	84.7
28	72.23	1.806	85.4

Se consideraron tres casos diferentes de diseño, con distintos conjuntos de variables claves y restricciones de precisión, que se muestran en la tabla 2. Todos ellos admiten que los sensores pueden ubicarse sobre cualquier corriente, suposición que aumenta el número de combinaciones a evaluar por el algoritmo de resolución. El espacio de búsqueda cuando se considera el diagrama de flujo completo consta de $2^{28}=268.435.456$ combinaciones posibles.

En la tabla 3 se muestran los resultados del proceso de optimización, que coinciden con los encontrados con el AE previamente desarrollado. Se realizaron experimentos con diferentes tasas de aprendizaje, encontrándose que para todos los diseños propuestos, el mejor desempeño se lograba con un valor de $LS=0.1$. Para la actualización del vector de probabilidades se consideró como conjunto de selección la mejor solución encontrada hasta el momento. Los parámetros asociados a la mutación del vector de probabilidades fueron seleccionados teniendo en cuenta las

recomendaciones que se encuentran en la literatura disponible, ellos son probabilidad de mutación $PMUTA = 0.02$ y monto de la mutación $MS=0.05$

Tabla 2. Valor de las restricciones para cada caso

Caso	Límites de las restricciones
Caso1	S_K : corrientes 1 2 6 $\sigma_2^* = 0.025$ $\sigma_6^* = 1.7851$
Caso 2	S_K : corrientes 4 8 17 21 23 25 $\sigma_4^* = 2.199$ $\sigma_8^* = 3.281$ $\sigma_{21}^* = 1.754$ $\sigma_{25}^* = 1.709$
Caso 3	S_K : corrientes 4 5 7 8 12 16 18 20 27 28 $\sigma_4^* = 2.199$ $\sigma_5^* = 1.0654$ $\sigma_8^* = 3.281$ $\sigma_{12}^* = 1.3454$ $\sigma_{27}^* = 1.4154$ $\sigma_{28}^* = 1.4446$

Tabla 3. Resultados de la optimización para los diferentes Casos

Caso	Variables Medidas	Costo
Caso1	1 2 6 7 9 10 13 20 26 28	533.56
Caso 2	1 4 6 7 10 11 14-24	752.26
Caso 3	1 2 4 5-7 9-11 13 15 -24 26-28	1178.06

4 Conclusiones

En este trabajo se presentó una primera aproximación a una estrategia evolutiva de estimación de distribuciones para el diseño de redes de instrumentación en plantas de proceso. Su desempeño se comparó con otra heurística existente inspirada en algoritmos evolutivos clásicos obteniéndose los mismos resultados para los tres casos considerados.

La diversidad en un AE la proporciona básicamente el operador de cruzamiento, este debería permitir explorar diferentes regiones del espacio de búsqueda, manteniendo a su vez los bloques constructivos promisorios de la estructura de las soluciones. Para problemas combinatorios complejos, el diseño de dicho operador puede resultar de un grado de dificultad alto. Los AED presentan en contraposición, la ventaja de poder utilizar la información global de la población para estimar una distribución y usar esa estimación para generar nuevas soluciones evitando de esa manera la ruptura de los bloques.

Trabajos futuros contemplan la implementación en paralelo de los AED, así como la utilización de modelos de distribuciones de probabilidad conjunta más sofisticados que permitan abordar problemas de diseño de mayor envergadura.

Referencias

1. Madron, F.: Process Plant Performance. Measurement and Data Processing for Optimisation and Retrofits. Ellis Horwood Ltd., Chichester (1992)
2. Carnero, M.; Hernández, J.; Sánchez, M.; Bandoni, A.: An Evolutionary Approach for the Design of Non-Redundant Sensor Networks. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 40, 5578-5584 (2001)
3. Bagajewicz, M., Cabrera, E.: New MILP Formulation for Instrumentation Network Design and Upgrade, *AIChE Journal* 48, 2271 (2002)
4. Chmielewski, D., Palmer, T.; Manousiouthakis, V.: On the Theory of Optimal Sensor Placement. *AIChE J.*, 48, 1001–1012 (2002)
5. Chao-An, L., C. Chuei-Tin, K. Chin-Leng and C. Chen-Liang,.: Optimal Sensor Placement and Maintenance for Mass-Flow Networks, *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 42, 4366. (2003)
6. Carnero, M; Hernández, J; Sanchez, M; Bandoni, A.: On the Solution of the Instrumentation Selection problem, *Industrial & Engineering Chemistry Research. ISSN:0888-5885 Vol 44, N° 2. pp 358-367* (2005)
7. Gerkens, C., Heyen, G.: Use of Parallel Computers in Rational Design of Redundant Sensor Networks. Escape 14 Congress, Lisboa, Portugal (2004)
8. Larrañaga, P, Lozano, J., Mühlenbein, H.: Estimation of Distribution Algorithms Applied To Combinatorial Optimization Problems, *Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial*. N° 19. pp 149-168 (2003)
9. Chaves, J. Domínguez, D, Vega, M. Gomez, J., Sánchez, J.: Parallelizing PBIL for Solving a Real-World Frequency Assignment Problem in GSM networks. 16 Euromicro Conference on Parallel, Distributed and Network-Based Processing. IEEE Computer Society. Pp 391-398 (2008)
10. Bagajewicz, M.; Sánchez, M. (1999) Cost Optimal Design and Upgrade of Non-Redundant and Redundant Linear Sensor Networks. *AIChE J.*, 45, pp 1927-1938.
11. Baluja, S.: Population-based incremental learning: A method for integrating genetic search based function optimization and competitive learning. Technical Report CMU-CS-94-163, Carnegie Mellon University (1994)
12. Chaves, J. Domínguez, D, Vega, M. Gomez, J., Sánchez, J.: SS vs PBIL to Solve a Real-World Frequency Assignment Problem in GSM networks. *EvoWorkshops 2008. LNCS 4974. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. Pp. 21-30* (2008)
13. Pang, H, Hu, K. Hing, Z.. Adaptive PBIL Algorithm and its Application to Solve Scheduling Problems. *Proceedings of the 2006 Conference on Computer Aided Control System Design. Munich. Pp 784-789* (2006)
14. Deb, K.: An Efficient Constraint Handling Method for Genetic Algorithms. *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 186, pp 311-338 (2000)
15. Romagnoli, J.; Sánchez, M.: *Data Processing and Reconciliation for Chemical Process Operations*. Academic Press, San Diego (1999)
16. Serth, R.; Heenan, W.: Gross Error Detection and Data Reconciliation in Steam-Metering Systems. *AIChE J.* 32, pp 733-741 (1986)