

# Ideas recientes en Ant Colony Optimization

Martín Pedemonte<sup>1</sup> and Héctor Cancela<sup>2</sup>

<sup>1</sup> mpedemon@fing.edu.uy INCO, Facultad de Ingeniería, Universidad de la República

<sup>2</sup> cancela@fing.edu.uy INCO, Facultad de Ingeniería, Universidad de la República

**Resumen** Ant Colony Optimization (ACO) es una metaheurística cuya utilización para la resolución de problemas de optimización se ha consolidado en los últimos años. A pesar de ello, diferenciar las características de las variantes de ACO puede resultar complejo debido a la proliferación de propuestas. El presente artículo reseña las principales variantes de ACO propuestas para abordar problemas estáticos de optimización combinatoria, poniendo especial énfasis en las propuestas más recientes.

## 1. Introducción

ACO [10] es una metaheurística basada en población que unifica, bajo un esquema general, varias técnicas de resolución de problemas de optimización que se caracterizan por usar un conjunto de agentes (hormigas artificiales) para construir soluciones en forma incremental. Cada hormiga en forma concurrente, independiente y asíncrona construye incrementalmente una solución mediante la incorporación de componentes sobre una solución parcial. La incorporación de las componentes se realiza utilizando una regla probabilística que considera la experiencia adquirida en la búsqueda e información heurística de las componentes. Para incorporar la experiencia adquirida durante la búsqueda se utiliza una matriz de feromona, a modo de memoria que almacena el rastro depositado por las hormigas en la construcción de soluciones de buena calidad.

Cuando todas las hormigas han construido su solución se actualiza el rastro de feromona depositado en las componentes. El valor de los rastros almacenados en la matriz puede incrementarse por el depósito o decrementarse por la evaporación. El depósito de feromona se realiza en las componentes usadas en la construcción de buenas soluciones, aumentando su probabilidad de ser seleccionadas en el futuro para intensificar la búsqueda en regiones próximas a soluciones de buena calidad. De manera complementaria, la evaporación de feromona evita la convergencia prematura a regiones no óptimas, fomentando la exploración del espacio de búsqueda por la utilización de la información heurística.

La comunidad científica ha propuesto múltiples variantes de ACO, y hasta donde conocemos, no existe un relevamiento reciente que incluya las distintas propuestas y compare sus características. Este trabajo apunta entonces a reseñar las variantes más relevantes y las más recientes. El resto del artículo se estructura de la siguiente forma. En las secciones 2 a 5 se presentan las principales características de las variantes clásicas de ACO, es decir aquellas que ya han sido propuestas hace cierto tiempo y que la práctica ha demostrado obtienen

buenos resultados para una cantidad importante de problemas diversos. Luego, en las secciones 6 a 9 se comentan en mayor detalle propuestas más recientes y menos difundidas. Finalmente, la sección 10 presenta un resumen de las principales características de las variantes de ACO presentadas y las conclusiones de este relevamiento.

## 2. Ant System (AS) y variantes similares

AS [9] usa la regla de transición de estados proporcional aleatoria presentada en la ecuación 1, siendo  $J(s^p)$  el conjunto de componentes que puede agregarse a la solución parcial  $s^p$ ,  $c_{i,x_i}$  la componente de la solución que corresponde a la combinación de una variable con un valor de su dominio,  $\tau_{i,x_i}$  el valor del rastro de feromona de la componente y  $\eta_{i,x_i}$  el valor de la información heurística de la componente. Se suele usar  $\eta_{i,x_i} = \frac{1}{\text{Costo}(c_{i,x_i})}$ . Los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  permiten ajustar el peso relativo de los valores de los rastros y de la información heurística.

$$p(c_{i,x_i} | s^p) = \begin{cases} \frac{[\tau_{i,x_i}]^\alpha [\eta_{i,x_i}]^\beta}{\sum_{c_{j,x_j} \in J(s^p)} [\tau_{j,x_j}]^\alpha [\eta_{j,x_j}]^\beta} & \text{si } c_{i,x_i} \in J(s^p) \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (1)$$

AS actualiza los rastros de feromona de acuerdo a las ecuaciones 2 y 3, siendo  $\rho$  la tasa de evaporación de la feromona ( $0 \leq \rho \leq 1$ ) y  $F : S \mapsto \mathbb{R}^+$  la función que indica la calidad de la solución. Típicamente se utiliza  $F(s_a) = \frac{1}{\text{Costo}(s_a)}$ .

$$\tau_{i,x_i} \leftarrow (1 - \rho) * \tau_{i,x_i} + \sum_{a \in A} \Delta \tau_{i,x_i}^{s_a} \quad \forall \tau_{i,x_i} \in T \quad (2)$$

$$\Delta \tau_{i,x_i}^{s_a} = \begin{cases} F(s_a) & \text{si } c_{i,x_i} \in s_a \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (3)$$

Elitist Ant System (EAS) [9] pondera la mejor solución encontrada hasta el momento ( $s_{bs}$ ) con un refuerzo adicional ( $e$ ) durante la actualización de los rastros de feromona, pudiendo interpretarse como si fuera recorrida por hormigas elitistas. La regla de actualización de EAS se presenta en la ecuación 4.

$$\tau_{i,x_i} \leftarrow (1 - \rho) * \tau_{i,x_i} + \sum_{a \in A} \Delta \tau_{i,x_i}^{s_a} + e * \Delta \tau_{i,x_i}^{s_{bs}} \quad \forall \tau_{i,x_i} \in T \quad (4)$$

Rank-Based Ant System ( $AS_{rank}$ ) [5] ordena las soluciones construidas por las hormigas de acuerdo a su costo y pondera su contribución en la actualización del rastro de acuerdo a su posición en el ranking. Solamente las mejores  $\omega - 1$  soluciones son consideradas en la actualización, siendo el factor de ponderación mínimo 1. Como en EAS se utilizan hormigas elitistas, asignándoles el peso máximo  $\omega$ . La regla de actualización de  $AS_{rank}$  se presenta en la ecuación 5.

$$\tau_{i,x_i} \leftarrow (1 - \rho) * \tau_{i,x_i} + \sum_{\mu=1}^{\omega-1} (\omega - \mu) \Delta \tau_{i,x_i}^{s^\mu} + \omega * \Delta \tau_{i,x_i}^{s_{bs}} \quad \forall \tau_{i,x_i} \in T \quad (5)$$

### 3. Ant Colony System (ACS)

ACS [8] utiliza la regla de transición de estados proporcional pseudoaleatoria que incluye un mecanismo directo de balance entre la explotación del conocimiento acumulado del problema y la exploración controlada de nuevas componentes. Para incorporar una nueva componente se genera un número aleatorio  $q \in [0, 1]$  y se aplica la regla de la ecuación 6, siendo  $q_0$  un parámetro ( $0 \leq q_0 \leq 1$ ).

$$\begin{aligned}
 &\text{Si } q \leq q_0: \\
 &p(c_{i,x_i} | s^p) = \begin{cases} 1 & \text{si } c_{i,x_i} = \text{argmax}(\tau_{j,x_j} [\eta_{j,x_j}]^\beta) \text{ con } c_{j,x_j} \in J(s^p) \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \\
 &\text{Si } q > q_0: \\
 &p(c_{i,x_i} | s^p) = \begin{cases} \frac{\tau_{i,x_i} [\eta_{i,x_i}]^\beta}{\sum_{c_{j,x_j} \in J(s^p)} \tau_{j,x_j} [\eta_{j,x_j}]^\beta} & \text{si } c_{i,x_i} \in J(s^p) \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}
 \end{aligned} \tag{6}$$

En ACS solamente se deposita y se evapora feromona en las componentes que forman parte de la mejor solución hasta el momento, mientras que en el resto de las componentes no se realiza actualización. La regla de actualización del rastro de feromona de ACS se presenta en la ecuación 7, siendo la cantidad de feromona depositada multiplicada por el factor  $\rho$ , por lo cual resulta un promedio ponderado entre la cantidad anterior y la cantidad depositada.

$$\tau_{i,x_i} \leftarrow (1 - \rho) * \tau_{i,x_i} + \rho * \Delta\tau_{i,x_i}^{s^{bs}} \quad \forall \tau_{i,x_i} \in T^{bs} \tag{7}$$

ACS incorpora un mecanismo de actualización local del rastro de feromona para provocar pequeñas reducciones en el valor de feromona de las componentes a medida que se van utilizando. De esta forma se vuelve menos atractiva la inclusión por parte del resto de las hormigas de las componentes utilizadas en la misma iteración, permitiendo la exploración de componentes no utilizadas. Al incorporar una componente a su solución parcial, cada hormiga actualiza el rastro de feromona de acuerdo la ecuación 8, siendo  $\xi$  la tasa local de evaporación de feromona ( $0 < \xi < 1$ ) y  $\tau_{init}$  la cantidad de feromona depositada localmente.

$$\tau_{i,x_i} \leftarrow (1 - \xi) * \tau_{i,x_i} + \xi * \tau_{init} \tag{8}$$

### 4. $\mathcal{MAX} - \mathcal{MIN}$ Ant System ( $\mathcal{MMAS}$ )

En  $\mathcal{MMAS}$  [15] solamente se deposita feromona sobre las componentes de la solución asociada a una hormiga aunque la evaporación se realiza sobre todas las componentes. La regla de actualización del rastro de feromona de  $\mathcal{MMAS}$  se presenta en la ecuación 9, siendo  $s_{best}$  la mejor solución de la iteración o la mejor solución hasta el momento.

$$\tau_{i,x_i} \leftarrow (1 - \rho) * \tau_{i,x_i} + \Delta\tau_{i,x_i}^{s_{best}} \quad \forall \tau_{i,x_i} \in T \tag{9}$$

$\mathcal{M}\mathcal{M}\mathcal{A}\mathcal{S}$  incorpora límites explícitos ( $\tau_{min}$  y  $\tau_{max}$ ) para el valor del rastro de feromona en las componentes, cumpliéndose  $\tau_{min} \leq \tau_{i,x_i} \leq \tau_{max}$ . En cada iteración se debe asegurar que el rastro de la feromona este comprendido en el umbral, realizando los ajustes necesarios. Adicionalmente, los límites requieren ser recalculados en cada iteración en la que se obtenga una mejor solución.

## 5. Approximate Nondeterministic Tree Search (ANTS)

ANTS [14] incluye una visión global de la solución en la información heurística de la componente, ya que utiliza una cota inferior del costo de la solución incorporando la componente. Sin embargo, el desempeño computacional puede ser costoso ya que requiere el cálculo de la cota inferior para cada componente posible. La regla de transición de estados se presenta en la ec. 10, siendo  $0 \leq \zeta \leq 1$ .

$$p(c_{i,x_i} | s^p) = \begin{cases} \frac{\zeta \tau_{i,x_i} + (1-\zeta) \eta_{i,x_i}}{\sum_{c_{j,x_j} \in J(s^p)} \zeta \tau_{j,x_j} + (1-\zeta) \eta_{j,x_j}} & \text{si } c_{i,x_i} \in J(s^p) \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (10)$$

La regla de actualización del rastro de feromona de ANTS se presenta en las ecuaciones 11 y 12, siendo  $LB$  una cota inferior al costo de la solución óptima,  $Costo(s_{avg})$  el costo promedio de las últimas soluciones construidas y  $\vartheta$  un parámetro. ANTS no utiliza una forma explícita para la evaporación de feromona aunque si  $Costo(s_a) > Costo(s_{avg}) \Rightarrow \Delta \tau_{i,x_i}^{s_a} < 0$ , se produce un decremento en la cantidad de feromona que puede considerarse como una evaporación implícita.

$$\tau_{i,x_i} \leftarrow \tau_{i,x_i} + \sum_{a \in A} \Delta \tau_{i,x_i}^{s_a} \quad \forall \tau_{i,x_i} \in T \quad (11)$$

$$\Delta \tau_{i,x_i}^{s_a} = \begin{cases} \vartheta \left( 1 - \frac{Costo(s_a) - LB}{Costo(s_{avg}) - LB} \right) & \text{si } c_{i,x_i} \in s_a \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (12)$$

## 6. Hyper-Cube Framework for ACO (HCF-ACO)

HCF-ACO es una propuesta formulada por Blum et al. en 2001 [3,4] para el manejo del rastro de feromona que puede ser aplicada sobre cualquier variante. Se ha comprobado en la práctica que un mismo algoritmo ACO puede tener resultados distintos al ser aplicado sobre un mismo problema, teniendo como única diferencia que la función objetivo sea multiplicada por una constante [3]. La propuesta consiste en trabajar con un escalado de los valores de los rastros de feromona, de forma que permanezcan en el intervalo  $[0,1]$  para evitar el efecto de la escala del problema en los valores de feromona resultantes en las componentes.

La dificultad que puede presentar la utilización de HCF-ACO es hallar la regla de actualización del rastro de feromona de forma que los valores se mantengan en el intervalo  $[0,1]$ . Blum et al. han obtenido las expresiones para realizar las actualizaciones de los rastros de feromona para AS, ACS y  $\mathcal{M}\mathcal{M}\mathcal{A}\mathcal{S}$  [3].

## 7. Best-Worst Ant System (BWAS)

BWAS fue formulada por Cordón et al. en 2000 [6,7] y se caracteriza por introducir un mecanismo novedoso para incorporar diversidad, la mutación de los rastros de feromona. El mecanismo está diseñado de forma de provocar pequeñas variaciones en las primeras etapas de la búsqueda, y grandes variaciones en las últimas etapas que provoquen saltos en el espacio de búsqueda, fomentando la exploración de zonas no visitadas. Cada componente de la matriz de feromona es mutada con probabilidad  $P_m$ , determinándose en forma aleatoria si se suma o se resta un valor determinado a partir de una función que tiene la propiedad de volver a su valor inicial cuando se reinician los valores de los rastros de feromona.

En BWAS sólo se deposita feromona sobre la mejor solución hasta el momento aunque la evaporación se realiza sobre todas las componentes. Adicionalmente, se penaliza con otra evaporación a las componentes de la peor solución de la iteración y que no están en la mejor solución hasta el momento. La regla de actualización de los rastros de feromona se presenta en las ecs. 13 y 14, siendo  $s_{wi}$  la peor solución de la iteración. Además, en BWAS se reinician los rastros de feromona cuando no hay mejoras en la mejor solución durante una cierta cantidad de iteraciones. BWAS usa la regla de transición de estados de AS.

$$\tau_{i,x_i} \leftarrow (1 - \rho) * \tau_{i,x_i} + \Delta\tau_{i,x_i}^{s_{bs}} \quad \forall \tau_{i,x_i} \in T \quad (13)$$

$$\tau_{i,x_i} \leftarrow (1 - \rho)\tau_{i,x_i} \quad \forall \tau_{i,x_i} \in T | c_{i,x_i} \in s_{wi} \wedge c_{i,x_i} \notin s_{bs} \quad (14)$$

## 8. Utilización de una población auxiliar

En esta sección se agrupan las variantes que incorporan una población auxiliar en la que se almacenan buenas soluciones de iteraciones anteriores.

### 8.1. Population Based ACO (P-ACO)

P-ACO fue propuesta por Guntch y Middendorf en 2002 [12] y utiliza una población de soluciones  $P$  de tamaño  $k$  (más pequeña que la población de hormigas) que almacena las mejores soluciones de las iteraciones pasadas. Inicialmente  $P$  está vacía, y en cada iteración, se le incorpora la mejor solución de la iteración. Si  $P$  está completa, la solución más antigua es borrada. Posteriormente se evaluaron otros criterios de selección de la solución a borrar de  $P$  [13].

La población auxiliar resume la experiencia adquirida durante la búsqueda y puede ser útil para realizar implementaciones paralelas o para la hibridación con otras técnicas poblacionales, ya que es más natural intercambiar soluciones con la población auxiliar que hacerlo con las soluciones construidas en una iteración.

En P-ACO la matriz de feromona se calcula en cada iteración a partir de  $P$  del siguiente modo. Se inicializa el valor de los rastros de feromona con  $\tau_{init} > 0$  y se incrementa el valor de los rastros de las componentes que están presentes en las soluciones de la población  $P$ . El rastro de feromona se calcula según la ec. 15, siendo  $\zeta_{i,x_i}$  el número de soluciones en  $P$  que contienen la componente  $c_{i,x_i}$ .

$$\tau_{i,x_i} = \tau_{init} + \zeta_{i,x_i} * \Delta \quad \forall \tau_{i,x_i} \in T \quad (15)$$

El manejo del rastro de feromona discretiza la cantidad de feromona, siendo los posibles valores  $\tau_{init}, \tau_{init} + \Delta, \dots, \tau_{init} + k * \Delta$ . Debido a este manejo no es necesario un mecanismo explícito de evaporación. El manejo de los rastros permite interpretar claramente la incidencia de las soluciones en los valores resultantes en la matriz de feromona, ya que la población auxiliar es una fotografía de qué soluciones se consideraron para su construcción. Un aspecto que podría ser cuestionable es que no se usa la calidad de las soluciones para calcular el rastro de feromona. Sin embargo, las soluciones consideradas son las mejores, lo que asegura que la contribución es realizada por una solución de buena calidad.

En P-ACO en cada iteración solamente una solución puede entrar y otra puede salir de  $P$ , por tanto se almacena la matriz de feromona para evitar recalcularla completamente. De este modo, la actualización del rastro de feromona requiere solamente  $2n$  operaciones, ya que se deben realizar  $n$  sumas por el ingreso a la población y  $n$  restas por la eliminación de la población.

P-ACO utiliza la misma regla de transición de estados de ACS.

## 8.2. Omicron ACO (OA)

OA fue propuesta por Gómez y Barán en 2004 [11] y está fuertemente inspirada en P-ACO, ya que también usa una población auxiliar con las mejores soluciones de las iteraciones. En cada iteración, se incorpora a  $P$  la mejor solución de la iteración, siempre que esta no pertenezca y sea mejor que el peor elemento de  $P$ , de forma de no permitir elementos repetidos en la población auxiliar. El manejo de la población auxiliar es más costoso que el de P-ACO, por lo cual OA solamente realiza actualizaciones de los rastros de feromona cada  $K$  iteraciones.

La actualización del rastro de feromona incorpora el parámetro  $O$  (Omicron), que representa la cantidad máxima de feromona que se puede agregar a una componente. Sumándose  $\frac{O}{k}$  por cada solución que contenga la componente. También se fija el valor inicial del rastro de feromona en 1, con lo cual los valores posibles para el rastro de feromona son  $1, 1 + \frac{O}{k}, \dots, 1 + \frac{(k-1)O}{k}, 1 + O$ .

OA utiliza la misma regla de transición de estados de AS.

## 9. Utilización de soluciones parciales

En esta sección se agrupan las variantes que se caracterizan por construir las soluciones a partir de porciones de soluciones generadas previamente.

### 9.1. Variantes con memoria externa de Acan

La primera propuesta de esta categoría fue realizada por Acan en 2004 [1]. La idea consiste en mantener una memoria externa para almacenar segmentos de soluciones de buena calidad. Inicialmente se ejecutan iteraciones sucesivas hasta

completar la memoria. En cada iteración, se consideran las  $k$  mejores soluciones, de las que se selecciona en forma aleatoria un segmento de largo variable que se incorpora a la memoria, junto al costo de la solución de la cual provino.

En el funcionamiento en régimen, cada hormiga selecciona su solución parcial mediante un torneo entre segmentos de la memoria. Para la construcción de la solución se puede usar cualquiera de las variantes de ACO; Acan usa *MMAS* con la regla de transición de estados de ACS [1]. Después de actualizar los rastros de feromona, se actualiza la memoria a partir de las  $k$  mejores soluciones de la iteración como en la etapa inicial. Para cada nuevo segmento se consideran los elementos de la memoria que tengan un costo superior, sustituyendo al peor de ellos. Si no existieran segmentos con costo superior, se concatena el nuevo segmento con el elemento de costo más alto para obtener diversidad.

Posteriormente, Acan [2] realizó una segunda propuesta que usa permutaciones en lugar de segmentos. Cada permutación tiene asociada un tiempo de vida que al superarlo es eliminada de la memoria. En la segunda propuesta de Acan la selección por torneo se realiza a partir de un puntaje que vincula el costo y la edad de la permutación. También se modifica el mecanismo de sustitución de elementos de la memoria, cuando no se encuentran elementos con costo superior, se sustituye el elemento con peor costo dentro de los que tienen mayor edad.

### 9.2. Iterated Ants (ia)

ia, propuesta por Wiesemann y Stützle en 2006, incorpora la mecánica de funcionamiento de Iterated Greedy al proceso de construcción de soluciones [18].

Cada hormiga tiene asociada una solución completa  $s$  que usa para construir otra solución. Para comenzar la construcción de la nueva solución, se eliminan algunas componentes de  $s$  obteniendo una solución parcial  $s^p$ . La selección de las componentes a eliminar se realiza en forma aleatoria, pudiendo asignarse la probabilidad en forma equiprobable, proporcional al rastro o inversamente proporcional al rastro. La cantidad de componentes a eliminar puede ser variable, de acuerdo a si hay mejoras en las soluciones o no, o fija. A partir de  $s^p$  se construye la solución completa. Finalmente, se aplica un criterio de aceptación para cambiar la solución asociada a la hormiga por la nueva solución construida.

El mecanismo de construcción a partir de  $s^p$  y el manejo de los rastros de feromona de ia podría ser cualquiera de los presentados en las secciones anteriores. En particular, Wiesemann y Stützle usan los de *MMAS*.

Wiesemann y Stützle señalan que la incorporación de mecanismos que usan soluciones obtenidas previamente para la construcción de soluciones es promisorio en problemas en los que no se conocen buenos algoritmos de búsqueda local.

### 9.3. Cunning Ants (cAS)

*cAS* fue propuesta por Tsutsui en 2006 [16,17] y utiliza dos tipos de hormigas: las astutas (*c-ants*) y las donantes (*d-ants*). Las *c-ants* se apropian de parte de las soluciones construidas por las *d-ants*, completando la solución con el mecanismo usual. En particular, *cAS* usa la regla de transición de estados de AS.

La colonia de hormigas se organiza en unidades que contienen una única solución. En cada iteración y en cada una de las unidades, una *c-ant* genera una nueva solución utilizando a la solución de la unidad como *d-ant*. Posteriormente se compara la nueva solución generada con la ya existente en la unidad, conservándose la mejor como la solución de la unidad.

La principal diferencia entre *ia* y *cAS* es la agresividad con la que se realizan la actualización de los rastros de feromona, ya que *cAS* utiliza las soluciones presentes en todas las unidades de acuerdo a la ecuación 16. De ese modo las actualizaciones del rastro de feromona son más suaves, evitando situaciones de estancamiento prematuro [16]. Adicionalmente, *cAS* incorpora límites inferiores y superiores para el valor de los rastros de feromona, como en *MMAS*.

$$\tau_{i,x_i} \leftarrow (1 - \rho) * \tau_{i,x_i} + \sum_{a \in A} \Delta \tau_{i,x_i}^{s_a} \quad \forall \tau_{i,x_i} \in T \quad (16)$$

*cAS* ha obtenido excelentes resultados experimentales sobre el TSP y el QAP, lo cual posiciona a *cAS* como una de las variantes recientes más promisorias.

## 10. Conclusiones

En este artículo se ha realizado una amplia reseña de variantes de ACO. Se incluyeron las propuestas más difundidas y utilizadas, así como nuevas propuestas de reciente formulación. En la tabla 1 se presenta un resumen de las características más importantes de las variantes descritas en este artículo.

Variante	Características
AS [9]	Usa la regla de transición de estados proporcional aleatoria. Todas las hormigas depositan feromona proporcionalmente a la calidad de la solución. La evaporación se produce sobre todas las componentes.
EAS [9]	Es idéntica a AS con un depósito adicional en la mejor solución.
$AS_{rank}$ [5]	Usa la regla de transición de estados de AS. Se deposita feromona en las componentes de las mejores soluciones, ponderada de acuerdo a su posición en un ranking. El depósito es proporcional a la calidad de la solución. La evaporación se produce sobre todas las componentes.
ACS [8]	Usa la regla de transición de estados proporcional pseudoaleatoria. Solamente se deposita y evapora feromona en la mejor solución. El depósito es ponderado y proporcional a la calidad de la solución. Incorpora una actualización local de feromona.
$MMAS$ [15]	Usa la regla de transición de estados de AS. Solamente se deposita feromona en la mejor solución, en forma proporcional a su calidad. Incorpora límites a la cantidad de feromona en las componentes. La evaporación se produce en todas las componentes.
ANTS [14]	Usa una regla de transición de estados en la que la información heurística es una cota inferior del costo de completar la solución parcial. Todas las hormigas actualizan el rastro de feromona. La actualización de la feromona no utiliza una evaporación explícita.

Tabla 1: Características de las variantes de ACO

Variante	Características
HCF-ACO [3,4]	Es una propuesta de escalado de los valores de los rastros de feromona que puede ser aplicada sobre cualquier variante.
BWAS [6,7]	Usa la regla de transición de estados de AS. Sólo se deposita feromona en la mejor solución proporcionalmente a su calidad. La evaporación se produce en todas las componentes. Hay una evaporación extra en las componentes de la peor solución que no están en la mejor solución. Hay un operador de mutación de los rastros de feromona.
P-ACO [12,13]	Usa una población auxiliar para almacenar las mejores soluciones, a partir de la que calcula el rastro de feromona. No usa un mecanismo explícito de evaporación. La feromona depositada no es proporcional a la calidad de las soluciones. Usa la regla de transición de AS.
OA [11]	Usa una población auxiliar para almacenar las mejores soluciones, a partir de la que calcula el rastro de feromona. No usa un mecanismo explícito de evaporación. La feromona depositada no es proporcional a la calidad de las soluciones. Usa la regla de transición de ACS.
Acan [1,2]	Utiliza una población externa para almacenar partes de soluciones de buena calidad. La construcción de una solución comienza seleccionando una parte de la población externa. Usa el manejo de rastros de feromona de $MMAS$ y la regla de transición de estados de ACS.
ia [18]	Cada hormiga almacena una solución. Para la construcción de cada solución se parte de la solución almacenada por la hormiga y se le quitan componentes. Utiliza el manejo de los rastros de feromona y la regla de transición de estados de $MMAS$ .
$cAS$ [16,17]	Cada hormiga almacena una solución. Para construir una solución se seleccionan componentes de la solución almacenada por la hormiga. Todas las hormigas depositan feromona proporcionalmente a la calidad de la solución. Incorpora límites a la cantidad de feromona en las componentes. La evaporación se produce en todas las componentes. Usa la regla de transición de estados de AS.

Tabla 1: Características de las variantes de ACO

Dentro de las variantes más antiguas, AS, EAS y  $AS_{rank}$  han sido superadas en la práctica por  $MMAS$  y ACS. Otra de las variantes más antiguas, ANTS requiere la existencia de algún mecanismo que permita obtener cotas inferiores de las soluciones parciales, con lo cual su aplicabilidad es restringida.

HCF-ACO no es exactamente una variante, sino una estrategia para el manejo de los rastros de feromona que puede ser aplicada sobre otras variantes. El mérito de las ideas planteadas en HCF-ACO es que permite obtener resultados con la misma calidad independientemente del escalado del problema.

BWAS incorpora un concepto novedoso, la utilización de un operador de mutación sobre los rastros de feromona para incorporar diversidad en la búsqueda.

Las variantes que incorporan una población auxiliar no han sido suficientemente explotadas por la comunidad científica. Sin embargo, presentan aspectos

interesantes, como ser una gran claridad en el manejo de los rastros de feromona y las posibilidades que brinda el manejo explícito de la población de soluciones.

La incorporación de soluciones parciales al proceso de construcción de soluciones es la idea más reciente de las relevadas, por lo que no se puede realizar una valoración definitiva sobre las virtudes de este tipo de mecanismos. Sin embargo, *cAS* es una variante promisoría por los excelentes resultados que ha obtenido sobre el TSP y el QAP.

## Referencias

1. Acan, A.: An External Memory Implementation in Ant Colony Optimization. Proc. of the 4th Int. Workshop on on Ant Colony Optimization and Swarm Intelligence (ANTS'2004). LNCS, vol. 3172, 73–82. Springer, 2004.
2. Acan, A.: An External Partial Permutations Memory for Ant Colony Optimization. Proc of 5th European Conf. on Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization, EvoCOP 2005. LNCS, vol. 3448, 1–11. Springer, 2005.
3. Blum, C., Dorigo, M.: The Hyper-Cube Framework for Ant Colony Optimization. IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics-Part B, v.34, n.2, 1161–1172, 2004.
4. Blum, C., Roli, A., Dorigo, M.: HC-ACO: The Hyper-Cube Framework for Ant Colony Optimization. 4th Metaheuristics Int. Conf. (MIC'01), Proc., 399–403. 2001.
5. Bullnheimer, B., Hartl, R. F., Strauss, C.: A New Rank Based Version of the Ant System: A Computational Study. Cent. Eur. J. Oper. Res. Econ., v.7, n.1, 25–38, 1999.
6. Cordón, O., Fernández de Viana, I., Herrera, F., Moreno, L.: A New ACO Model Integrating Evolutionary Computation Concepts: The Best-Worst Ant System. Proc. of the 2nd Int. Workshop on Ant Algorithms (ANTS'2000), 22–29. 2000.
7. Cordón, O., Fernández de Viana, I., Herrera, F.: Analysis of the Best-Worst Ant System and its Variants on the TSP. *Mathware & Soft Computing*, n.9, 177–192, 2002.
8. Dorigo, M., Gambardella, L. M.: Ant Colony System: A Cooperative Learning Approach to the Travelling Salesman Problem. IEEE Trans. Evol. Comput., v.1, n.1, 53–66. 1997.
9. Dorigo, M., Maniezzo, V., Coloni, A.: The Ant System: Optimization by a Colony of Cooperating Agents. IEEE Trans. Syst. Man Cybern-Part B, v.26 n.1, 29–41. 1996
10. Dorigo, M., Stützle, T.: Ant Colony Optimization. MIT Press, 2004.
11. Gómez, O., Barán, B.: Omicron ACO. 30ma Conferencia Latinoamericana de Informática (CLEI2004). 932–939. 2004.
12. Guntsch, M., Middendorf, M.: A Population Based Approach for ACO. Applications of E.C., Proc. of EvoWorkshops 2002. LNCS, v.2279, 71–80. Springer, 2002.
13. Guntsch, M., Middendorf, M.: Applying Population Based ACO to Dynamic Optimization Problems. Proc. of the 3rd Int. Workshop on Ant Algorithms (ANTS'2002). LNCS, vol. 2463, 97–104. Springer, 2002.
14. Maniezzo, V.: Exact and Approximate Nondeterministic Tree-Search Procedures for the Quadratic Assignment Problem. CSR 98-1, Univ. di Bologna, Italy. 1998.
15. Stützle, T., Hoos, H.: *MAX-MIN* Ant System. Future Generation Computer Systems, vol. 16, nro. 8, 889–914. 2000.
16. Tsutsui, S.: *cAS*: Ant Colony Optimization with Cunning Ants. 9th Int. Conf. Parallel Problem Solving from Nature, Proc. LNCS, vol. 4193, 162–171. 2006.
17. Tsutsui, S.: Cunning Ant System for Quadratic Assignment Problem with Local Search and Parallelization. Tech. Rep. 2007006, MEDAL, USA. 2007.
18. Wiesemann, W., Stützle, T.: An Experimental Investigation of Iterated Ants for the Quadratic Assignment Problem. Tech. Rep. 2006-3, IRIDIA, Belgium. 2006.