

# Un Planificador de la Manipulación basado en una Descomposición Exacta en Celdas del Espacio de Contacto \*

Olmedo Arcila y José María Bañón  
Departamento Ciencias de la Computación  
Universidad del Valle, Cali, Colombia.  
Email : {olarcila, banon}@borabora.univalle.edu.co

## Abstract

Se presentan resultados experimentales de la implementación de un planificador exacto de la manipulación de un objeto circular por un robot circular en el plano y en un espacio de trabajo limitado por obstáculos poligonales. La planificación del movimiento está basada en un algoritmo de Schwartz y Sharir [SCH83].

*Palabras Clave:* Inteligencia Artificial, Planificación de Movimiento, Planificación de la Manipulación, Espacio de Configuración, Descomposición Exacta en Celdas.

## 1 Introducción

Muchas tareas en robótica consisten en planificar el movimiento de robots que deben coger y colocar objetos en un orden preestablecido evitando cualquier colisión con los obstáculos del espacio de trabajo. El problema de la planificación del movimiento de robots en presencia de objetos movibles ha sido denominado planificación de la manipulación y ha sido estudiado formalmente en la literatura por varios autores [LAU88, LAU89, LAT91].

Recientemente Bañón et al. [JOJ99] presentan la implementación de un algoritmo exacto de planificación del movimiento en el plano de dos robots circulares e independientes en un espacio de trabajo acotado por obstáculos poligonales. El algoritmo está basado en el método de descomposición exacta en celdas del espacio de configuración libre desarrollado por Schwartz y Sharir [SCH83]. Los algoritmos exactos son importantes en sistemas con pocos grados de libertad en los que el robot y el objeto movable están confinados en un espacio reducido de trabajo en donde el robot debe de realizar maniobras difíciles para la consecución del objetivo final.

---

\*Trabajo parcialmente financiado por COLCIENCIAS

En este artículo presentamos una implementación de un planificador exacto de la manipulación de un robot circular en presencia de un objeto movable circular. La implementación utiliza el algoritmo implementado por Bañón et al. [JOJ99] para resolver la planificación del movimiento coordinado.

## 2 Antecedentes

En esta sección se mencionan aquellos trabajos significativos que estudian el problema de la planificación de la manipulación utilizando una descomposición exacta del espacio de configuración. En [Wil91] se estudia el problema de la planificación de la manipulación en donde tanto el robot  $R$  como el objeto movable  $M$  son polígonos convexos. El robot  $R$  está limitado al movimiento de traslación en el plano en un espacio de trabajo acotado por barreras poligonales. El robot puede mover al objeto únicamente cuando una arista de cada cuerpo coinciden. Estos autores presentan una descomposición en celdas del espacio de configuración en  $O(n^2)$  donde  $n$  es el número total de aristas en el espacio de trabajo. La planificación de la manipulación ha sido estudiada por Laumond y Alami [LAU89, LAU88] para un robot circular y un objeto movable circular. Estos autores presentan un algoritmo de planificación de la manipulación a partir de la descomposición exacta en celdas del espacio de contacto, la cual es obtenida mediante una retracción de la descomposición exacta en celdas del espacio de configuración del sistema total [SCH83].

Son muy escasos los trabajos que reportan implementaciones de algoritmos de planificación de la manipulación basados en métodos exactos. La razón de ello es que estos algoritmos utilizan métodos muy sofisticados de geometría computacional y combinatoria relacionados con arreglos de curvas y superficies cuya implementación resulta difícil. Alami et al. [ALA95] implementan un algoritmo exacto de planificación de la manipulación para un robot triangular y un objeto movable triangular. Tal algoritmo utiliza las operaciones de Minkowsky sobre cuerpos triangulares para realizar la descomposición exacta en celdas del espacio de configuración [DRA92].

## 3 Planteamiento y Solución Formal del Problema

**Descripción del Sistema:** El sistema que se considera está constituido por un robot circular  $B$  y un objeto circular  $M$  con radios  $r_B$  y  $r_M$  respectivamente. El robot  $B$  se mueve libremente en un subconjunto abierto  $\mathcal{W} \subset \mathbf{R}^2$  del plano Euclídeo en el que se encuentra el objeto  $M$ . El objeto  $M$  no tiene movimiento propio pero es movable. Suponemos que el robot  $B$  puede coger el objeto  $M$  y moverse en contacto con el objeto. Desde el punto de vista geométrico la acción  $B$  coge a  $M$  ocurre cuando  $B$  y  $M$  son tangentes en un punto. El espacio de trabajo  $\mathcal{W}$  del robot se encuentra acotado por un conjunto finito  $\{\mathcal{O}_i\}_{i=1}^n$  de obstáculos poligonales y estacionarios.

**Planteamiento Formal:** El problema de la planificación de la manipulación del sistema formado por el robot  $B$  y el objeto movable  $M$  en el espacio de trabajo  $\mathcal{W}$  es el de dadas las configuraciones inicial  $\mathbf{q}^{init}$  y final  $\mathbf{q}^{goal}$  del robot y dadas las configuraciones

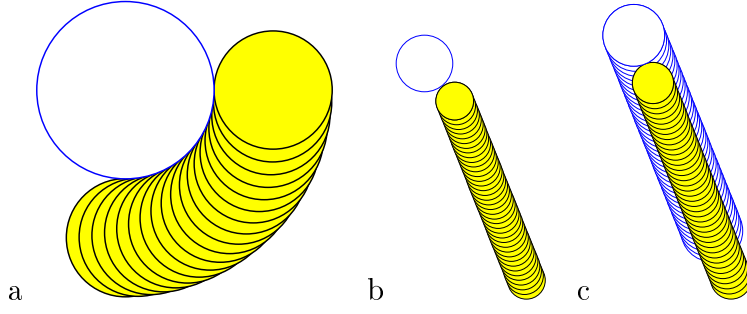


Figure 1: *Caminos de Tránsito y de Transferencia.*

inicial  $\mathbf{q}_M^{init}$  y final  $\mathbf{q}_M^{goal}$  del objeto encontrar un *camino de manipulación* que una ambas configuraciones inicial y final. Tanto  $(\mathbf{q}^{init}, \mathbf{q}_M^{init})$  como  $(\mathbf{q}^{goal}, \mathbf{q}_M^{goal})$  pertenecen al espacio de configuración libre del sistema total  $\mathcal{C}_{free}^T$ .

**Camino de Manipulación:** Un camino de manipulación es una secuencia alternada de caminos de tránsito y de transferencia. Un camino de tránsito es aquel durante el cual el robot  $B$  se mueve y el objeto movable  $M$  permanece en reposo. Hay dos tipos de caminos de tránsito según el robot se mueva ó no en contacto con el objeto. Durante un camino de transferencia el robot y el objeto se mueven juntos formando un solo objeto rígido. Las Figuras 1.a y 1.b representan caminos de tránsito. En la Figura 1.a el robot se mueve enteramente en  $\mathcal{C}_{grasp}(\mathbf{q}_M)$ , es decir en contacto permanente con el objeto, para volver a cogerlo en otra posición. En la Figura 1.c se representa un camino de transferencia.

**Espacio Contacto  $\mathcal{C}_{grasp}$ :**  $\mathcal{C}_{grasp}$  representa el conjunto de todas las configuraciones libres de colisión con los obstáculos en las cuales el robot está en contacto con el objeto, es decir los círculos correspondientes al robot y al objeto son tangentes en un punto.  $\mathcal{C}_{grasp}$  está formado por el conjunto de las configuraciones  $\mathbf{q} = (x, y)$  del robot y  $\mathbf{q}_M = (x_M, y_M)$  del objeto libres de colisión tales que:

$$(x - x_M)^2 + (y - y_M)^2 = (r_B + r_M)^2.$$

$\mathcal{C}_{grasp}$  es una variedad diferencial de dimensión tres. Notaremos  $\mathcal{C}_{grasp}(\mathbf{q}_M)$  al conjunto de las posiciones  $\mathbf{q} = (x, y)$  del robot tales que el robot está en contacto con el objeto  $M$  que se encuentra posicionado en  $\mathbf{q}_M$ . El conjunto  $\mathcal{C}_{grasp}(\mathbf{q}_M)$  está formado por un número finito de intervalos abiertos y disjuntos correspondientes a arcos de la circunferencia centrada en  $\mathbf{q}_M$  y de radio  $r_B + r_M$  que notamos por  $\rho(\mathbf{q}_M)$ . El robot se encuentra centrado en algún punto de dichos intervalos.

**Solución Formal:** La solución al problema de la planificación planteado es el camino de manipulación  $\{\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{n-1}, \tau_n\}$  donde  $\tau_1$  y  $\tau_n$  son dos caminos de transito y  $\tau_2, \dots, \tau_{n-1}$  es una secuencia alternada de caminos de transferencia y tránsito. El camino de transito  $\tau_1$  lleva el robot de la configuración inicial  $\mathbf{q}^{init}$  a una configuración del espacio  $\mathcal{C}_{grasp}$ ; corresponde al movimiento inicial del robot hacia el objeto para

cogerlo. El camino de tránsito  $\tau_n$  lleva el robot de una configuración del espacio  $\mathcal{C}_{grasp}$  a la configuración final  $\mathbf{q}^{goal}$  del robot; corresponde al movimiento final del robot que ha colocado al objeto en la posición requerida y se dirige a su posición final.

## 4 Metodología

Laumond y Alami [LAU88, LAU89] estudiaron el problema general de la planificación de la manipulación y establecieron una metodología general que conduce a una solución del problema. A continuación se resumen las ideas más importantes de dicha metodología aplicadas al problema particular que nos interesa. Laumond y Alami demuestran que si existe un camino contenido en  $\mathcal{C}_{grasp}$  que una dos configuraciones cualesquiera de  $\mathcal{C}_{grasp}$  entonces tal camino puede transformarse en un camino de manipulación entre ambas configuraciones. El problema de la planificación de la manipulación se reduce al análisis de las componentes conexas de  $\mathcal{C}_{grasp}$  y de su conectividad mediante caminos de tránsito y de transferencia. Estos autores introducen el *grafo de manipulación*  $\mathcal{GM}$  que describe las relaciones de conectividad entre las componentes conexas de  $\mathcal{C}_{grasp}$ . Se define el grafo de manipulación  $\mathcal{GM}$  como el grafo cuyos nodos son las componentes conexas de  $\mathcal{C}_{grasp}$ . También se consideran nodos las configuraciones inicial  $(\mathbf{q}^{init}, \mathbf{q}_M^{init})$  y final  $(\mathbf{q}^{goal}, \mathbf{q}_M^{goal})$  del sistema robot-objeto. Dos nodos  $n_1$  y  $n_2$  de  $\mathcal{GM}$  están conectados por una arista si y solo si existe un camino de tránsito ó de transferencia entre dichos nodos. La importancia del grafo de manipulación reside en el siguiente resultado. Dadas dos configuraciones inicial  $(\mathbf{q}^{init}, \mathbf{q}_M^{init})$  y final  $(\mathbf{q}^{goal}, \mathbf{q}_M^{goal})$  del sistema robot-objeto, existe un camino de manipulación entre ellas si y solo si existe un camino entre sus nodos correspondientes en el grafo  $\mathcal{GM}$ .

Para calcular el grafo de manipulación Laumond y Alami proponen los desarrollos siguientes:

- Descomposición en celdas del espacio de configuración libre  $\mathcal{C}_{free}^T$  para resolver el problema del movimiento coordinado de los dos cuerpos  $B$  y  $M$ .
- Descomposición en celdas del espacio de las configuraciones contacto  $\mathcal{C}_{grasp}$ . Esta descomposición se obtiene mediante una retracción de la frontera de  $\mathcal{C}_{free}^T$ .
- La conectividad mediante caminos de tránsito entre las componentes de  $\mathcal{C}_{grasp}$  se obtiene analizando la conectividad de  $\mathcal{C}_{free}(\mathbf{q}_M)$  la cual se obtiene de las celdas de la descomposición de  $\mathcal{C}_{free}^T$ .

## 5 Implementación

De acuerdo a la metodología propuesta por Laumond y Alami [LAU88, LAU89] hemos realizado un esquema implementativo del algoritmo que consiste en las etapas siguientes: 1) Descomposición en celdas de  $\mathcal{C}_{free}^T$ , 2) Descomposición en celdas de  $\mathcal{C}_{grasp}$ , 3) Construcción del grafo de manipulación, 4) Búsqueda del camino de la manipulación. A continuación se explica la implementación de cada una de las etapas.

## 5.1 Descomposición en Celdas de $\mathcal{C}_{free}^T$

La descomposición en celdas de  $\mathcal{C}_{free}^T$  resuelve el problema del movimiento coordinado entre el robot y el objeto. Esta descomposición se realiza mediante el algoritmo exacto de planificación del movimiento implementado por Bañón et al. [JOJ99]. Como resultado de la descomposición exacta en celdas se obtiene el grafo de conectividad del sistema robot-objeto el cual permite decidir si existe o no un movimiento coordinado entre dos configuraciones arbitrarias del espacio  $\mathcal{C}_{free}^T$ .

## 5.2 Descomposición en Celdas de $\mathcal{C}_{grasp}$

A partir de la descomposición en celdas de  $\mathcal{C}_{free}^T$  se obtiene la descomposición en celdas del espacio  $\mathcal{C}_{grasp}$  mediante una retracción de la frontera de las celdas de  $\mathcal{C}_{free}^T$ . Las celdas de  $\mathcal{C}_{free}^T$  están formadas por pares  $[\mathcal{R}, \mathcal{T}]$  constituidos por una región regular  $\mathcal{R}$  y una clase de equivalencia  $\mathcal{T}$  de componentes de  $\mathcal{R}$  donde  $\mathcal{T}$  indica la indexación de la componente [JOJ99]. Los índices  $\mathcal{T}$  indexan las aristas desplazadas, los vértices desplazados y los arcos de la circunferencia  $\rho(\mathbf{P})$  que forman la frontera de la componente.

Las celdas de  $\mathcal{C}_{grasp}$ , denominadas celdas de contacto, consisten en componentes conexas de configuraciones  $(\mathbf{q}, \mathbf{q}_M)$  tales que  $\mathbf{q} \in \mathcal{C}_{grasp}(\mathbf{q}_M)$  y  $\mathbf{q}_M \in \mathcal{R}$  y donde  $\mathcal{R}$  es una región regular de la descomposición en celdas de  $\mathcal{C}_{free}^T$ . Las celdas de contacto son retracciones de las celdas de  $\mathcal{C}_{free}^T$ . La retracción se realiza sobre la frontera de la componente. Por ejemplo, sea la celda  $c = [\mathcal{R}, \mathcal{T}]$  de  $\mathcal{C}_{free}^T$  tal que la indexación de la componente  $\mathcal{T}$  contiene dos arcos  $\rho_1$  y  $\rho_2$  de la circunferencia  $\rho(\mathbf{P})$ . Entonces  $(\mathcal{R}, \rho_1)$  y  $(\mathcal{R}, \rho_2)$  son dos celdas de contacto de  $\mathcal{C}_{grasp}$ . Cada celda de contacto consiste en una región regular y un arco de la circunferencia  $\rho(\mathbf{q}_M)$  donde  $\mathbf{q}_M \in \mathcal{R}$ . De manera general, de cada celda de  $\mathcal{C}_{free}^T$  se obtienen tantas celdas de contacto como el número de los arcos  $\rho$  contenidos en la frontera de la componente. Dos celdas de contacto  $(\mathcal{R}_1, \rho_1)$  y  $(\mathcal{R}_2, \rho_2)$  son adyacentes si y solo si ambas celdas son retracciones de celdas adyacentes de la descomposición de  $\mathcal{C}_{free}^T$  y si las indexaciones de los arcos  $\rho_1$  y  $\rho_2$  difieren a lo sumo en un índice [ALA95]. Las relaciones de adyacencia entre las distintas celdas de  $\mathcal{C}_{grasp}$  se disponen en el llamado *grafo de contacto* que representa la conectividad entre las celdas de  $\mathcal{C}_{grasp}$ . La importancia del grafo de contacto es que dos configuraciones cualesquiera,  $(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_{M1})$  y  $(\mathbf{q}_2, \mathbf{q}_{M2})$ , de  $\mathcal{C}_{grasp}$  están enlazadas por un movimiento en el que el sistema robot-objeto se mantiene en  $\mathcal{C}_{grasp}$  si y solo si ambas configuraciones están unidas por un camino en el *grafo de contacto*.

## 5.3 Construcción del Grafo de la Manipulación

El grafo de la manipulación  $\mathcal{GM}$  es una extensión del grafo de contacto. Los nodos de  $\mathcal{GM}$  son los nodos del grafo de contacto más las configuraciones inicial  $(\mathbf{q}^{init}, \mathbf{q}_M^{init})$  y final  $(\mathbf{q}^{goal}, \mathbf{q}_M^{goal})$  del sistema robot-objeto. Los arcos del grafo  $\mathcal{GM}$  son los arcos del grafo de contacto más los arcos correspondientes a: 1) caminos de tránsito entre celdas de contacto y 2) caminos de tránsito entre las configuraciones inicial y final y las celdas de contacto. Cada par de celdas de contacto  $(\mathcal{R}, \rho_1)$  y  $(\mathcal{R}, \rho_2)$  tales que sean

retracciones de la misma celda de  $\mathcal{C}_{free}^T$  se unen por un arco en  $\mathcal{GM}$ . Esto es debido a que  $\rho_1$  y  $\rho_2$  forman parte de la frontera de la misma componente de  $\mathcal{C}_{free}^T$ ; por tanto existirá un camino de tránsito en la que el robot se mueve de  $\rho_1$  a  $\rho_2$  dentro de la misma componente.

## 5.4 Búsqueda del Camino de la Manipulación

Supongamos que tenemos las dos configuraciones inicial  $(\mathbf{q}^{init}, \mathbf{q}_M^{init})$  y final  $(\mathbf{q}^{goal}, \mathbf{q}_M^{goal})$  del sistema robot-objeto pertenecientes a  $\mathcal{C}_{free}^T$ . La búsqueda del camino de manipulación la realizamos en tres fases que se explican a continuación:

1. Se buscan las celdas  $c_{init}$  y  $c_{goal}$  de la descomposición en celdas del espacio  $\mathcal{C}_{free}^T$  que contienen las configuraciones  $(\mathbf{q}^{init}, \mathbf{q}_M^{init})$  y  $(\mathbf{q}^{goal}, \mathbf{q}_M^{goal})$  respectivamente. Seguidamente, se determinan las celdas  $g_{init}$  y  $g_{goal}$  de la descomposición en celdas del espacio de contacto  $\mathcal{C}_{grasp}$  que son alcanzables desde las celdas  $c_{init}$  y  $c_{goal}$  respectivamente.
2. Se busca en el grafo de la manipulación  $\mathcal{GM}$  un camino entre las celdas de contacto  $g_{init}$  y  $g_{goal}$ . Si no hay camino en  $\mathcal{GM}$  entonces no existe un camino de manipulación entre ambas celdas de contacto. De lo contrario se obtiene un camino en el grafo GM consistente en una secuencia de celdas de contacto  $g_{init}, g_2, \dots, g_{goal}$  que conectan  $g_{init}$  y  $g_{goal}$ .
3. Finalmente, a partir de la secuencia de celdas de contacto  $g_{init}, g_2, \dots, g_{goal}$  es necesario generar los caminos de manipulación correspondientes entre celdas adyacentes. En particular es necesario generar los caminos de tránsito en el interior de una misma celda.

El objetivo de la fase 1 es la determinación de las celdas de contacto inicial  $g_{init}$  y final  $g_{goal}$  a partir de las configuraciones  $(\mathbf{q}^{init}, \mathbf{q}_M^{init})$  y  $(\mathbf{q}^{goal}, \mathbf{q}_M^{goal})$  respectivamente. Una vez determinadas  $g_{init}$  y  $g_{goal}$  se necesita calcular los caminos de tránsito inicial  $\tau_{init}$  y final  $\tau_{goal}$  que llevan al robot de la configuración inicial  $\mathbf{q}^{init}$  a la celda de contacto  $g_{init}$  y de la celda de contacto  $g_{goal}$  a la configuración final  $\mathbf{q}^{goal}$  respectivamente. Los caminos de tránsito inicial  $\tau_{init}$  y final  $\tau_{goal}$  están contenidos en los espacios  $\mathcal{C}_{free}(\mathbf{q}_M^{init})$  y  $\mathcal{C}_{free}(\mathbf{q}_M^{goal})$  respectivamente.

En la fase 2 se realiza una búsqueda de caminos en el grafo de la manipulación. Aquí, hemos utilizado el algoritmo A de búsqueda en grafos como tradicionalmente se viene haciendo en planificación del movimiento. En la fase 3 se generan finalmente el conjunto de caminos de transferencia y de tránsito entre dos celdas de contacto consecutivas.

## 6 Resultados y Conclusiones

La implementación del algoritmo ha sido realizada en lenguaje C en una estación de trabajo Sun-Sparc 20. Para ilustrar los resultados de la implementación del planificador de la manipulación vamos a considerar un entorno de trabajo consistente en un polígono

Las Figuras 2, 3 y 4 muestran algunos caminos obtenidos con el planificador de la manipulación implementado. Inicialmente el robot va a buscar el objeto en un camino de tránsito; seguidamente mediante una serie alternada de caminos de tránsito y de transferencia el robot alcanza a colocar el objeto en la posición final requerida; finalmente el robot retorna a su posición final en un camino de tránsito final. Los caminos de tránsito intermedios corresponden a caminos como el ilustrado en la Figura 1.a en el que el robot se mueve enteramente en  $\mathcal{C}_{grasp}(\mathbf{q}_M)$ , es decir en contacto con el objeto para agarrarlo en otra posición. Todos los caminos obtenidos que presentamos consisten en maniobras que involucran un número elevado de caminos de manipulación, tanto de tránsito como de transferencia. En las Figuras 2, 3 y 4 se han visualizado los caminos más significativos. El tiempo requerido para realizar la descomposición exacta en celdas del espacio de configuración libre total  $\mathcal{C}_{free}^T$  y el grafo de conectividad fué de 100 milisegundos. La descomposición exacta en celdas de  $\mathcal{C}_{grasp}$ , la construcción del grafo de manipulación, y la búsqueda del camino de manipulación se realizó en 60 milisegundos.

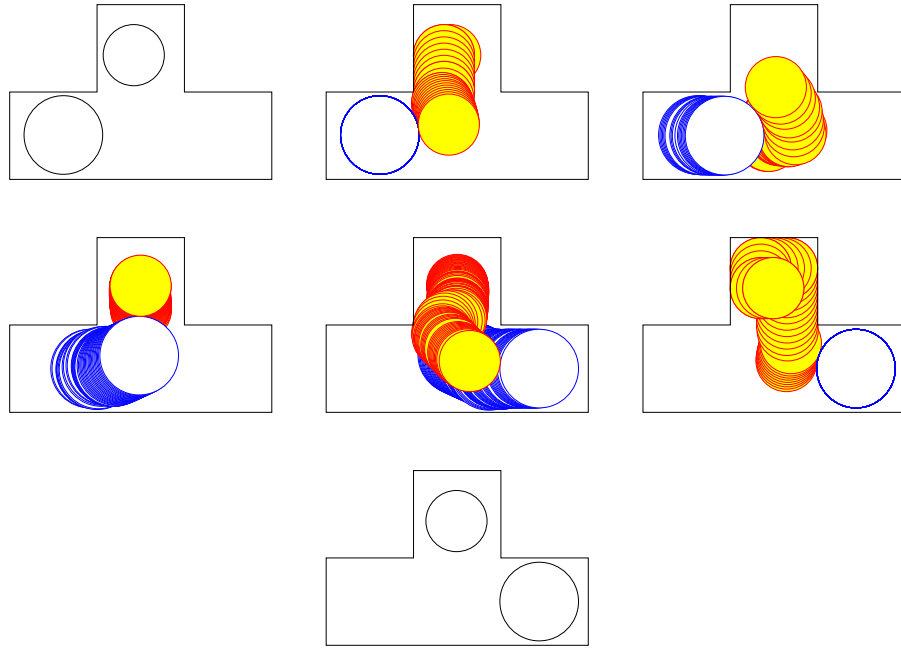


Figure 2: *Camino obtenido por el planificador.*

Hemos implementado un algoritmo exacto para la planificación de la manipulación de un objeto circular por un robot circular. El algoritmo se fundamenta en una descomposición exacta en celdas del espacio de contacto la cual ha sido realizada mediante una retracción de la descomposición exacta en celdas realizada en [JOJ99] para la implementación de un algoritmo de planificación del movimiento de dos robots circulares. El planificador ha sido implementado mediante procedimientos eficientes de geometría computacional y estructuras de datos geométricas adecuadas con el fin de evitar cálculos no necesarios.

Los resultados obtenidos con el planificador son prometedores desde el punto de

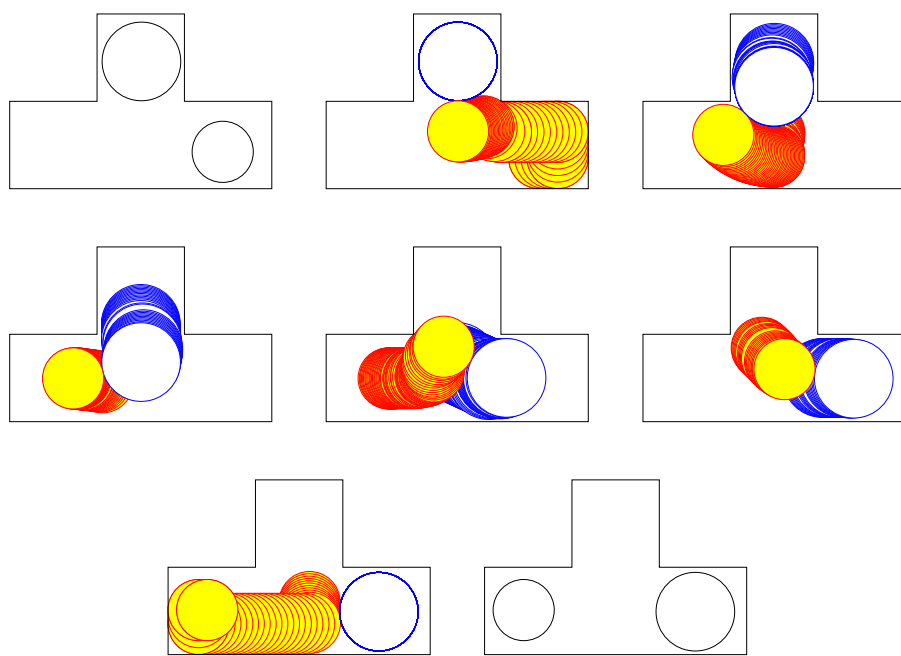


Figure 3: *Camino obtenido por el planificador.*

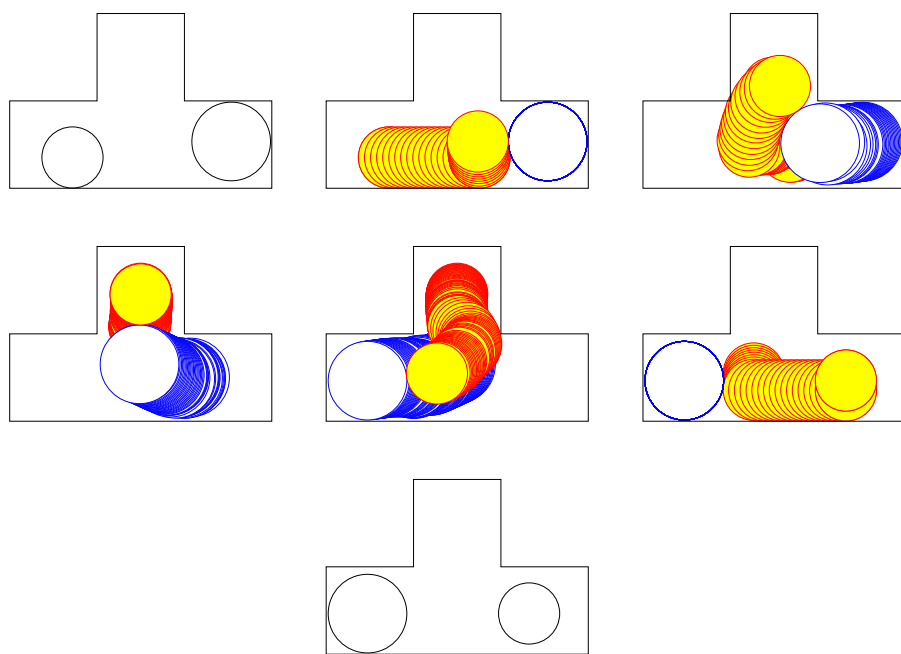


Figure 4: *Camino obtenido por el planificador.*

vista práctico pues demuestran la factibilidad de la implementación así como la aplicabilidad del algoritmo y confirman que caminos libre de colisiones pueden generarse eficientemente para planificar la manipulación mediante métodos exactos. Debemos señalar que no podemos reportar comparaciones con otros trabajos análogos debido a la inexistencia de los mismos.

## References

- [HOP84] J.E. HOPCROFT, J.T. SCHWARTZ, AND M. SHARIR, *On the Complexity of Motion Planning for Multiple Independent Objects: PSPACE-Hardness of the Warehouseman Problem*, The International Journal of Robotics Research, 3(4):76-88, 1984.
- [LAT91] J. C. LATOMBE, *Robot Motion planning*, Kluwer Academic Publishers, 1991.
- [SHA97] M. SHARIR, *Algorithmic Motion Planning*, Ch. 40 of Handbook of Discrete and Computational Geometry, J. E. Goodman and eds., CRC Press, 1997.
- [JOJ99] J. M. BAÑÓN, O. ARCILA, J. ARANGO, *Coordinación Exacta del Movimiento de dos Robots Circulares*. VIII Encuentros Nacionales de Geometría Computacional, Castellón, España, Julio 1999.
- [DRA92] B. DRACE-WRIGHT, J. P. LAUMOND, AND R. ALAMI, *Motion Planning of a Robot and a Movable Object Amidst Polygonal Obstacles*, IEEE Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation, 1992, pag. 2474-2480.
- [SCHIII83] J. T. SCHWARTZ AND M. SHARIR, *On the piano movers problem: III. Coordinating the motion of several independent bodies: The special cases of circular bodies moving amidst polygonal barriers*, International Journal of Robotics Research, 2(3), (1983), pag. 46-75.
- [ALA95] R. ALAMI, J. P. LAUMOND, AND T. SIMEON, *Two Manipulation Planning Algorithms*, Algorithmic Foundation of Robotics, Ed. A K Peters Ltda, pp. 109-125, 1995.
- [LAU88] J. P. LAUMOND AND R. ALAMI, *A New Geometrical Approach to Manipulation task Planning; The Case of a circular Robot Amidst Polygonal Obstacles and a Movable circular Object*, Technical report 88314, LAAS, CNRS, Toulouse, France, 1988.
- [LAU89] J. P. LAUMOND AND R. ALAMI, *A Geometrical Approach to Planning Manipulation Tasks in Robotics*, Technical report 89261, LAAS, CNRS, Toulouse, France, 1989.
- [CHE91] P. C. CHEN AND Y. K. HWANG, *Practical Path Planning Among Movable Obstacles*, in IEEE Conf. on Robotics and Automation, 1991.

- [Wil91] G. WILFONG, *Motion planning in the presence of movable objects*, in Ann. Math. Artif. Intell., 3:1131-150, 1991.